Second degré

▶ Exercice n°1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^2 - x - 6 = 0$
2. $x^2 - 10x + 22 = 0$
3. $x^2 + 3x - 5 = 0$
4. $4x^2 + 2x + 5 = 0$
5. $x^2 - 7x + 1 = 0$
6. $2x^2 + 3x + 4 = 0$
7. $-8x^2 + 6x - 1 = 0$
8. $-2x^2 + 5x - 13 = 0$
9. $x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 = 0$
10. $6x^2 + 5x = 4$
11. $x^2 + \dfrac{5}{2}x + 1 = 0$

▶ Exercice n°2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $(2x+3)(4x-1) = 5x + 7$
2. $x + 1 = \dfrac{1}{x}$
3. $\dfrac{3x-5}{5x-7} = x$
4. $(x+1)(x+2) = (x+3)(x+4) + (x+5)(x+6)$

▶ Exercice n°3

Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$
2. $f(x) = -2x^2 - x + 15$

▶ Exercice n°4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $-x^2 + 9x + 10 \leqslant 0$
2. $x^2 + x + 1 < 0$
3. $-3x^2 + 4x - 7 \leqslant 0$
4. $\dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 2} < 0$
5. $\dfrac{-3x^2 + 4x - 1}{2x^2 + 7x + 3} \geqslant 0$
6. $\dfrac{3x^2 + 8x - 11}{2x^2 + 5x - 7} \geqslant 1$

▶ Exercice n°5

Factoriser $f(x)$ dans les cas suivants :

1. $f(x) = 2x^2 - 9x - 5$
2. $f(x) = -3x^2 + 11x - 8$
3. $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{5}{2}x - 12$

▶ Exercice n°6

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{8x^2 - 14x + 5}$.

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles f est définie.
2. Factoriser le numérateur et le dénominateur de $f(x)$. En déduire une expression simplifiée de $f(x)$.

▶ Exercice n°7

Déterminer les réels u et v vérifiant les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} u + v = 3 \\ uv = -10 \end{cases}$
2. $\begin{cases} u + v = -8 \\ uv = 16 \end{cases}$
3. $\begin{cases} u + v = 5 \\ uv = 8 \end{cases}$
4. $\begin{cases} u + v = 4 \\ uv = 1 \end{cases}$

▶ Exercice n°8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
2. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$
3. $x^4 - x^2 = 2$

4. $x^3 + \dfrac{784}{x} = 65x$

5. $x - 6 = 5\sqrt{x}$

6. $\sqrt{2x-1} = 1 - 2x$

▶ Exercice n°9

Déterminer tous les couples de réels (u,v) tels que $\begin{cases} u + v = -1 \\ \dfrac{1}{u} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{12} \end{cases}$

▶ Exercice n°10

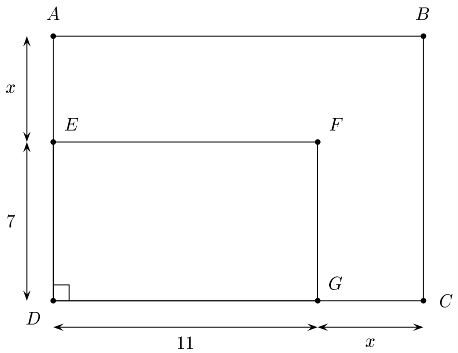
On considère l'équation suivante : $x^2 - mx + 1 = 0$ (m étant un paramètre réel)

1. Déterminer les valeurs que m doit prendre pour que l'équation n'admette qu'une seule solution.

2. Déterminer les valeurs que m doit prendre pour que l'équation n'admette aucune solution.

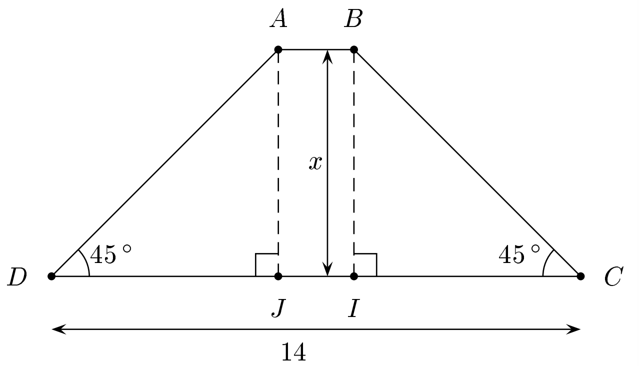
▶ Exercice n°11

Dans la figure (indicative) ci-dessous, $ABCD$ et $DEFG$ sont des rectangles.
Calculer x pour que l'aire du rectangle $ABCD$ soit égale à $117\,\text{cm}^2$.



▶ Exercice n°12

Dans la figure (indicative) ci-dessous, $ABCD$ est un trapèze tel que la distance DC soit égale à $14\,\text{cm}$. On pose $x = BI$.
Calculer la distance AB en fonction de x et déterminer x pour que l'aire du trapèze soit égale à $45\,\text{cm}^2$.

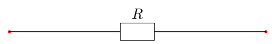


▶ Exercice n°13

• *Résistances en série :*

Un dipôle comportant deux résistors en série de résistance R_1 et R_2 :

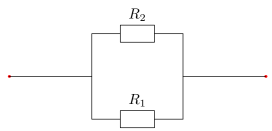
est équivalent à un dipôle comportant un seul résistor de résistance R :



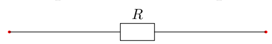
avec $R = R_1 + R_2$ *(R est appelé résistance équivalente du dipôle).*

• *Résistances en parallèle :*

Un dipôle comportant deux résistors en parallèle de résistance R_1 et R_2 :



est équivalent à un dipôle comportant un seul résistor de résistance R :



avec $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$ *(R est appelé résistance équivalente du dipôle).*

1. Deux résistors de résistance x ohms et $(x-3)$ ohms sont montés en parallèle :

   Calculer x pour que la résistance équivalente soit égale à 2 ohms.

2. Deux résistors de résistance x ohms et un résistor de résistance 12 ohms sont montés de la façon suivante :

   Calculer x pour que la résistance équivalente soit égale à 10 ohms.

► Exercice n°14

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$.
Compléter la condition du `if` pour que le script python ci-dessous soit correct.

```
a=float(input("a?"))
b=float(input("b?"))
c=float(input("c?"))
delta=b*b-4*a*c
if ....................... :
  print("f(x) est toujours strictement positif")
else:
  print("f(x) n'est pas toujours strictement positif")
```

► Exercice n°15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ *(une telle fonction est appelée polynôme de degré 3)*.

1. Vérifier que $f(-1) = 0$ *(-1 est dite racine de f)*.
2. Développer $(x+1)(x^2 + ax + b)$ et en déduire 2 réels a et b tels que l'on ait pour tout x, $f(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$.
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$.

► Exercice n°16

Déterminer si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* Dire que « $x^2 > 4$ » équivaut à dire que « $x > 2$ »
- *Proposition 2 :* « $x > 2$ » est une condition suffisante pour que « $x^2 > 4$ »
- *Proposition 3 :* « $x > 2$ » est une condition nécessaire pour que « $x^2 > 4$ »