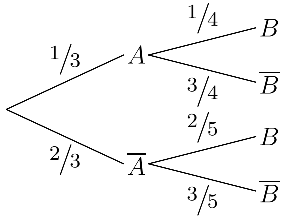
Probabilités

▶ Exercice n°1

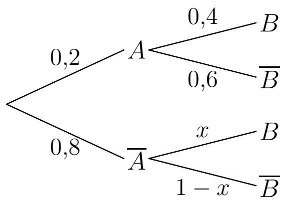
1.



2. a) $p(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
   b) $p\left(A \cap \overline{B}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
   c) $p\left(\overline{A} \cap B\right) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$
   d) $p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
   e) $p(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{12} + \frac{4}{15} = \frac{7}{20}$
   f) $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{7}{20}} = \frac{5}{21}$

▶ Exercice n°2

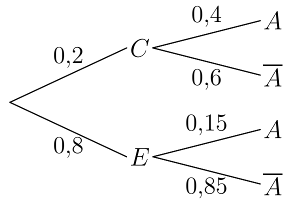
1.



2. $p(A \cap B) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$.
3. $p(B) = 0{,}64 \Leftrightarrow 0{,}2 \times 0{,}4 + 0{,}8x = 0{,}64 \Leftrightarrow 0{,}8x = 0{,}56 \Leftrightarrow x = 0{,}7$
4. $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}08}{0{,}64} = 0{,}125$

▶ Exercice n°3

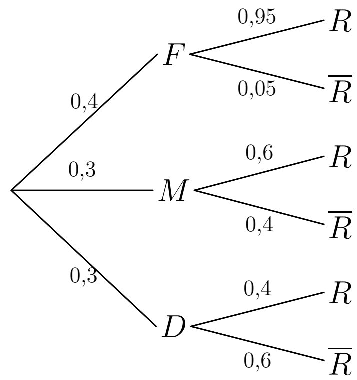
1.



2. a) Cela correspond à l'événement $C \cap A$ et on a $p(C \cap A) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$
   b) Cela correspond à l'événement A et on a $p(A) = 0{,}2 \times 0{,}4 + 0{,}8 \times 0{,}15 = 0{,}2$
3. Cela correspond à la probabilité $p_A(C) = \dfrac{p(C \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0{,}08}{0{,}2} = 0{,}4$

▶ Exercice n°4

1.

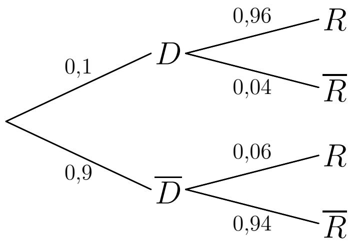


2. $p(D \cap R) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$
3. $p\left(F \cap \overline{R}\right) = 0{,}4 \times 0{,}05 = 0{,}02$
4. $p(R) = 0{,}4 \times 0{,}95 + 0{,}3 \times 0{,}6 + 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}68$
5. $p_{\overline{R}}(M) = \dfrac{p\left(\overline{R} \cap M\right)}{p(\overline{R})} = \dfrac{0{,}3 \times 0{,}4}{1 - 0{,}68} = 0{,}375$

▶ Exercice n°5

1.

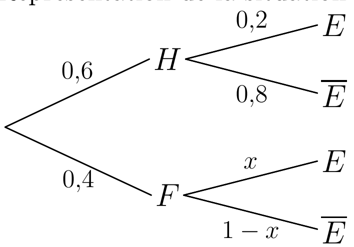
a)



b) $p\left(R\right) = 0{,}1 \times 0{,}96 + 0{,}9 \times 0{,}06 = 0{,}096 + 0{,}064 = 0{,}15$

c) $p_{_R}\left(\overline{D}\right) = \dfrac{p\left(\overline{D} \cap R\right)}{p\left(R\right)} = \dfrac{0{,}054}{0{,}15} = 0{,}36.$

2. Représentation de la situation avec un arbre pondéré :



On doit avoir : $0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times x = \dfrac{24}{100} \Leftrightarrow 0{,}4 \times x = 0{,}12.$

On a donc, $x = \dfrac{0{,}12}{0{,}4} = 0{,}3.$

▶ Exercice n°6

Le nombre de cadres hommes manquant est égal à $60 - 25 - 8 - 15 = 12$.
La probabilité que ce soit une femme sachant que c'est un cadre est donc égale à $\dfrac{8}{8+12} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$.

▶ Exercice n°7

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
Les événements étant indépendants, on a $p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0{,}2 \times 0{,}5 = 0{,}1$.
On en déduit que $p(A \cup B) = 0{,}2 + 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}6$.

▶ Exercice n°8

1. $p(A) = \dfrac{4}{6}$ (cas favorables : 3,4,5,6)

   $p(B) = \dfrac{2}{6}$ (cas favorables : 3 et 6)

   $p(A \cap B) = \dfrac{2}{6}$ (cas favorables : 3 et 6)

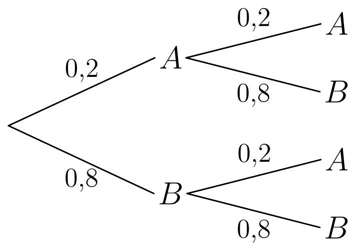
2. A et B ne sont pas indépendants car $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$.

▶ Exercice n°9

On a $p(A) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$, $p(B) = \dfrac{16}{32} = \dfrac{1}{2}$, $p(A \cap B) = \dfrac{2}{32} = \dfrac{1}{16}$.
A et B sont indépendants car $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

▶ Exercice n°10

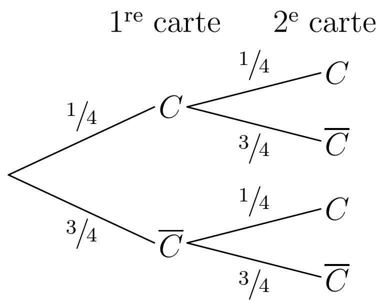
1.



2. $p = 0{,}2 \times 0{,}8 + 0{,}8 \times 0{,}2 = 0{,}32$

▶ Exercice n°11

1.



2. $p(A) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{4} + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8}$; $p(B) = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{16}$

▶ Exercice n°12

1. On doit avoir $r^2 = 0{,}09$. On en déduit que $r = 0{,}3$.
   On doit aussi avoir $0{,}3 \times b + b \times 0{,}3 = 0{,}12 \Leftrightarrow 0{,}6b = 0{,}12 \Leftrightarrow b = 0{,}2$.
   On en déduit que $v = 1 - 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}5$.
2. $p(A) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$; $p(B) = 0{,}2 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}2$

▶ Exercice n°13

1. Gain total pour l'association : $500 - (124 + 9 \times 14 + 50) = 200$.
2. a) Loi de probabilité de X :

Valeurs possibles de X	-1	0	19	123
Probabilités	$\frac{440}{500}$	$\frac{50}{500}$	$\frac{9}{500}$	$\frac{1}{500}$

   b) $E(X) = \frac{440}{500} \times (-1) + \frac{50}{500} \times 0 + \frac{9}{500} \times 19 + \frac{1}{500} \times 123 = -0{,}40$.
   $E(X)$ représente le gain effectif moyen (qui correspond à une perte ici) que peut espérer un joueur par billet vendu.

▶ Exercice n°14

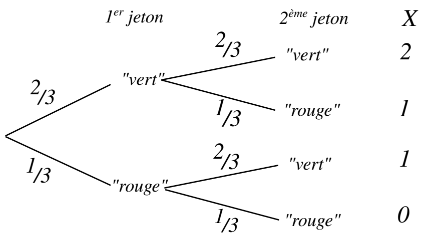
1.

Valeurs possibles de X	-4	-2	0	6	8
Probabilités	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

   $E(X) = \frac{1}{8} \times (-4) + \frac{1}{8} \times (-2) + \frac{3}{8} \times 0 + \frac{1}{4} \times 6 + \frac{1}{8} \times 8 = \frac{7}{4} = 1{,}75$.
2. $p(X < 0) = p(X = -4) + p(X = -2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$.

▶ Exercice n°15

1.



2. Loi de probabilité de X :

Valeurs possibles de X	0	1	2
Probabilités	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

   $E(X) = \frac{1}{9} \times 0 + \frac{4}{9} \times 1 + \frac{4}{9} \times 2 = \frac{12}{9} \approx 1{,}33$

▶ Exercice n°16

1. On doit avoir $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + p + \frac{1}{8} = 1$. On en déduit que $p = \frac{1}{2}$.
2. $p(X \geqslant 0) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) = \frac{3}{4}$
   $p(X < 1) = p(X = -1) + p(X = 0) = \frac{3}{8}$

▶ Exercice n°17

1. Loi de probabilité de X :

Valeurs possibles de X	$-a$	1	4	10
Probabilités	$\frac{20}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{4}{32}$

2. On doit avoir $-\frac{20}{32}a + \frac{4}{32} \times 1 + \frac{4}{32} \times 4 + \frac{4}{32} \times 10 = 0 \Leftrightarrow \frac{-20a+60}{32} = 0 \Leftrightarrow a = 3$.

▶ Exercice n°18

1.

dé rouge/dé noir	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2.

somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

3. Loi de probabilité de X :

Valeurs possibles de X	-1	0	2
Probabilités	$\frac{20}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$

   $E(X) = \frac{20}{36} \times (-1) + \frac{6}{36} \times 0 + \frac{10}{36} \times 2 = 0$