# Correction Entraînement en autonomie n°2 - Spé Maths 1re

**▶ Exercice n°1**

$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1 \Leftrightarrow (\cos x)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow (\cos x)^2 + \dfrac{7}{16} = 1 \Leftrightarrow (\cos x)^2 = \dfrac{9}{16} \Leftrightarrow \cos x = \dfrac{3}{4}$ ou $-\dfrac{3}{4}$.

Sur $\left[\dfrac{\pi}{2}; \pi\right]$, le cosinus doit être négatif. On a donc $\cos x = -\dfrac{3}{4}$.

**▶ Exercice n°2**

• $\cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x)$ car la mesure principale de $3\pi$ est $\pi$, donc $\cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$

• $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

• $\cos(2\pi - x) = \cos(-x)$ car effectuer un tour complet ne change pas la valeur du cosinus, donc $\cos(2\pi - x) = \cos(-x) = \cos x$.

On en déduit que $A(x) = -\cos x + \cos x + \cos x = \cos x$

**▶ Exercice n°3**

En posant $X = \cos x$, l'équation devient $2X^2 - 3X + 1 = 0$ :

$\Delta = 1$ ; $X_1 = \dfrac{3-1}{4} = \dfrac{1}{2}$ ; $X_2 = \dfrac{3+1}{4} = 1$.

$2(\cos x)^2 + 1 = 3\cos x$ équivaut donc à $\cos x = \dfrac{1}{2}$ ou $\cos x = 1$ :

$\cos x = \dfrac{1}{2}$ équivaut à $x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$.

$\cos x = 1$ équivaut à $x = 0 + 2k\pi$

Finalement, on a $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi; -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi; 0 + 2k\pi\right\}$ $(k \in \mathbb{Z})$

**▶ Exercice n°4**

1. a) $x = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6}$.

   b) On doit avoir $2y + \dfrac{\pi}{6} = \pi$. D'où $2y = \dfrac{5\pi}{6}$ et $y = \dfrac{5\pi}{12}$

   c) $z = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{\pi}{12}$.

2. a) Dans le triangle rectangle $AIE$, on a $AE^2 = AI^2 + IE^2 \Leftrightarrow 4 = 1 + IE^2$. On en déduit que $IE = \sqrt{3}$ et donc que $HE = 2 - \sqrt{3}$.

   b) Dans le triangle rectangle $DHE$, on a $DE^2 = DH^2 + HE^2 = 1^2 + (2-\sqrt{3})^2 = 1 + 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 8 - 4\sqrt{3}$. On a bien $DE = \sqrt{8 - 4\sqrt{3}}$.

3. Dans le triangle rectangle $DHE$, on a $\sin z = \dfrac{HE}{DE}$. On en déduit que $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}$.