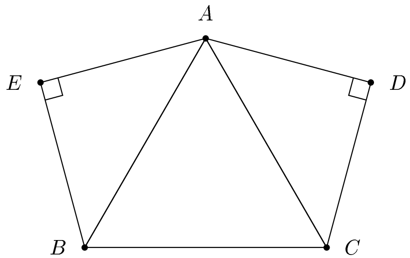
Trigonométrie

Le plan est muni d'un repère orthonormé **direct** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ et k représente un entier (positif ou négatif).

▶ Exercice n°1

Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral et ADC et AEB sont des triangles rectangles isocèles.



Déterminer une mesure en radians des angles orientés suivants :

1. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$
2. $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA}\right)$
3. $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EA}\right)$
4. $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)$
5. $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD}\right)$
6. $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BE}\right)$

▶ Exercice n°2

Déterminer la mesure principale des angles orientés de mesure :

1. $\dfrac{13\pi}{6}$:
2. $-\dfrac{37\pi}{3}$:
3. $\dfrac{19\pi}{6}$:
4. $-\dfrac{21\pi}{8}$:
5. -20π :
6. 11π :

▶ Exercice n°3

1. Calculer $\sin x$ sachant que $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$ et $x \in \left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.
2. Calculer $\sin x$ sachant que $\cos x = \sqrt{3}-2$ et $x \in \left[-\pi;-\dfrac{\pi}{2}\right]$.
3. Calculer $\cos x$ sachant que $\sin x = \dfrac{3}{4}$ et $x \in \left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.
4. Calculer $\cos x$ sachant que $\sin x = \dfrac{-2}{\sqrt{5}}$ et $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2};0\right]$.

▶ Exercice n°4

Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les expressions suivantes :

1. $A(x) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) + \cos(2\pi - x) + 2\sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$
2. $B(x) = \cos(\pi - x) + \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right) - \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$
3. $C(x) = \sin(\pi + x) + \sin(3\pi - x) + \sin(x - 7\pi) - \sin(9\pi - x)$
4. $D(x) = \cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right) + \cos(\pi - x) + \sin(5\pi - x)$

▶ Exercice n°5

Déterminer les valeurs exactes de :

1. $\cos\left(\dfrac{7\pi}{3}\right)$
2. $\sin\left(-\dfrac{13\pi}{4}\right)$
3. $\cos\left(\dfrac{31\pi}{6}\right)$
4. $\sin(-15\pi)$
5. $\cos(10\pi)$
6. $\sin\left(-\dfrac{7\pi}{2}\right)$

▶ Exercice n°6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\cos x = -\dfrac{6}{5}$.
3. $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-2x\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
4. $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

5. $\sin x = 1$.
6. $\sin(2x) = \dfrac{1}{2}$.
7. $-2(\sin x)^2 + \sin x + 1 = 0$.

▶ Exercice n°7

1. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos x = -\frac{1}{2}$.
2. Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation $\cos x > -\frac{1}{2}$.
3. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation $\sin x \geqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

▶ Exercice n°8

1. Compléter le tableau de signes ci-dessous :

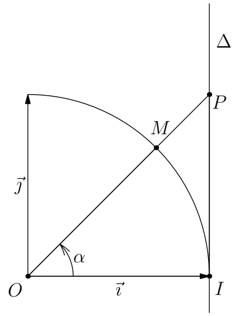
x	$-\pi$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ π
$\sin x$	
$\cos x$	
$\sin x \cos x$	

2. En déduire les solutions dans $[-\pi;\pi]$ de l'inéquation $\sin x \cos x > 0$.

▶ Exercice n°9

Dans un repère orthonormé **direct** $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$, on considère :

- le point M associé à une mesure α (avec $\alpha \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$) sur le cercle trigonométrique de centre O ;
- Δ la droite d'équation $x = 1$;
- P le point d'intersection des droites (OM) et Δ



1. a) Donner les coordonnées du point M en fonction de α.
   b) Déterminer l'équation réduite de la droite (OM).
   c) En déduire l'ordonnée du point P en fonction de α.
2. Pour tout réel x tel que $\cos x \neq 0$, on appelle tangente de x le réel noté $\tan x$ tel que $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.
   Donner les valeurs exactes de :
   a) $\tan 0$
   b) $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$
   c) $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$
   d) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

▶ Exercice n°10

On considère trois points distincts deux à deux A, B et C et la proposition suivante :
« Si A, B et C sont alignés alors la mesure principale de $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ est égale à 0. »

1. Cette proposition est-elle vraie ?
2. Énoncer la réciproque de cette proposition.
3. La réciproque est-elle vraie ?