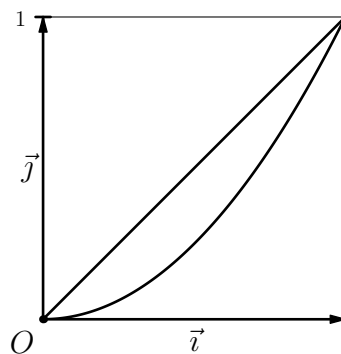
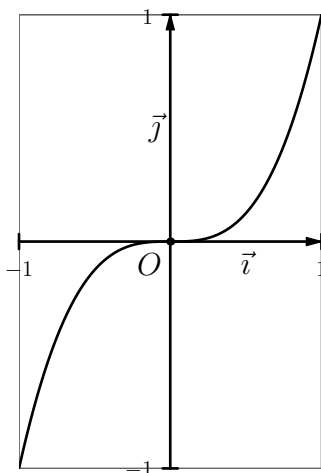


• Primitives des fonctions usuelles : (F représente une primitive de f)

$f(x) = a$	$F(x) = ax$
$f(x) = x$	$F(x) = \frac{x^2}{2}$
$f(x) = x^2$	$F(x) = \frac{x^3}{3}$
$f(x) = x^3$	$F(x) = \frac{x^4}{4}$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x}$
$f(x) = \frac{1}{x^3}$	$F(x) = -\frac{1}{2x^2}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln x$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
$f(x) = e^{-x}$	$F(x) = -e^{-x}$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
$f(x) = \sin(ax + b)$	$F(x) = -\frac{1}{a} \cos(ax + b)$
$f(x) = \cos(ax + b)$	$F(x) = \frac{1}{a} \sin(ax + b)$

• Formules générales :

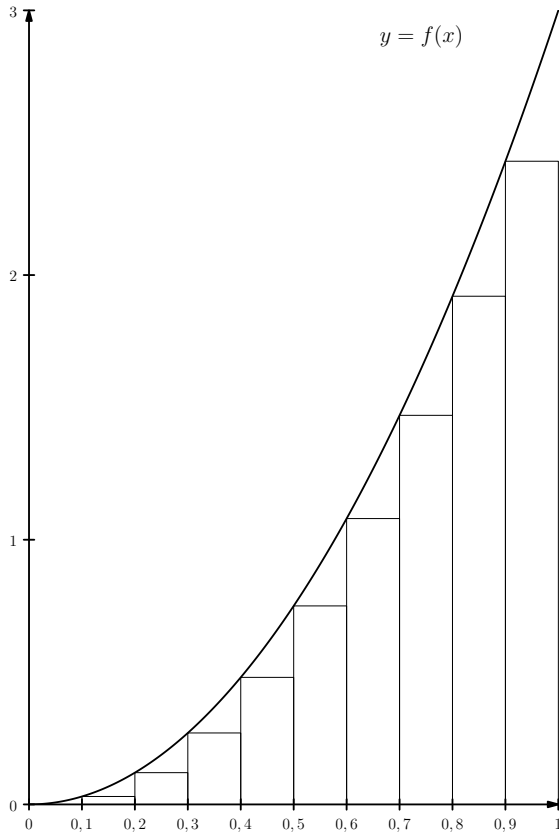
forme de f	une primitive de f	exemples
$U'U$	$\frac{U^2}{2}$	$f(x) = \frac{1}{x} \times \ln x \Rightarrow F(x) = \frac{(\ln x)^2}{2}$
$U'U^2$	$\frac{U^3}{3}$	$f(x) = 4(4x + 1)^2 \Rightarrow F(x) = \frac{(4x + 1)^3}{3}$
$\frac{U'}{U^2}$ ($U(x) \neq 0$)	$-\frac{1}{U}$	$f(x) = \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} \Rightarrow F(x) = \frac{-1}{x^3 + 1}$
$\frac{U'}{U^3}$ ($U(x) \neq 0$)	$-\frac{1}{2U^2}$	$f(x) = \frac{7}{(7x + 1)^3} \Rightarrow F(x) = \frac{-1}{2(7x + 1)^2}$
$\frac{U'}{U}$ ($U(x) > 0$)	$\ln U$	$f(x) = \frac{3}{(3x + 1)} \Rightarrow F(x) = \ln(3x + 1)$
$U'e^U$	e^U	$f(x) = 4e^{4x} \Rightarrow F(x) = e^{4x}$



Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2$.

► **Recherche d'une valeur approchée de l'aire sous la courbe sur $[0; 1]$**

1. On découpe l'intervalle $[0; 1]$ en 10 intervalles et on construit des rectangles de la façon suivante :



La somme des aires des rectangles permet de déterminer une valeur approchée de l'aire sous la courbe de f sur $[0; 1]$.

- Quelle est la largeur de chaque rectangle?
- Quelle est la hauteur du premier rectangle? Quelle est son aire?
- Quelle est la hauteur du deuxième rectangle? Quelle est son aire?
- On cherche à effectuer la somme des aires des rectangles avec un algorithme en se basant sur le principe suivant : *On utilise une variable aire qui sert à stocker la somme des aires des rectangles au fur et à mesure. On part de $x = 0.1$ et on ajoute à la variable aire l'aire du rectangle commençant à x , puis on continue le processus en augmentant x de 0.1 tant que c'est nécessaire.* Compléter les lignes 4 et 6 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

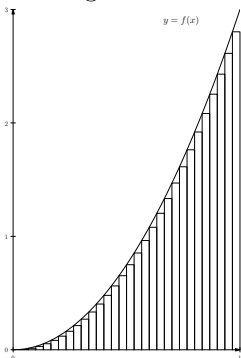
```

1: DEBUT_ALGORITHME
2:   aire ← 0
3:   x ← 0.1
4:   TANT_QUE (x<=.....) FAIRE
5:     DEBUT_TANT_QUE
6:       aire ← aire+.....
7:       x ← x+0.1
8:     FIN_TANT_QUE
9:   AFFICHER aire
10: FIN_ALGORITHME

```

e) Le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme est

2. Une augmentation du nombre de rectangles doit permettre d'obtenir une meilleure approximation :



On cherche à adapter l'algorithme précédent en se basant cette fois-ci sur un découpage de l'intervalle $[0; 1]$ en 1000 intervalles (de 0 à 0.001, de 0.001 à 0.002, etc.).

a) Compléter les lignes 3, 4, 6 et 7 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

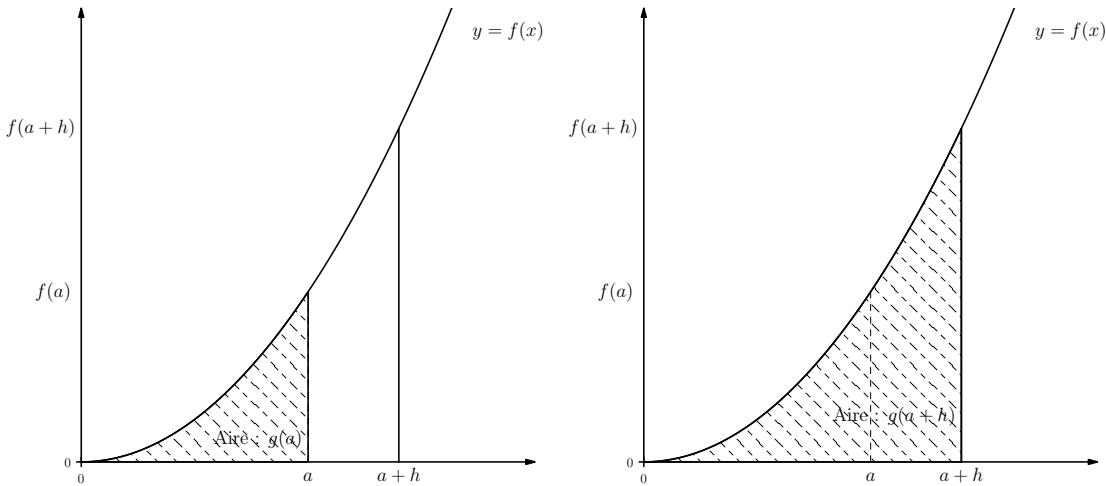
```

1: DEBUT_ALGORITHME
2:   aire ← 0
3:   x ← .....
4:   TANT_QUE (x<=.....) FAIRE
5:     DEBUT_TANT_QUE
6:       aire ← aire+.....
7:       x ← x+.....
8:     FIN_TANT_QUE
9:   AFFICHER aire
10: FIN_ALGORITHME
  
```

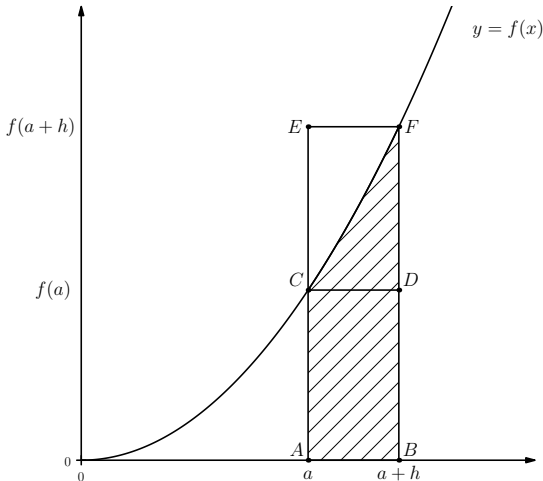
b) Le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme est

► À la recherche d'une valeur exacte de l'aire sous la courbe sur $[0; a]$

Pour tout réel a compris entre 0 et 1, on note $g(a)$ l'aire sous la courbe entre 0 et a . De la même façon, pour tout $h > 0$, $g(a + h)$ représente l'aire sous la courbe entre 0 et $a + h$.



La différence entre ces deux aires ($g(a + h) - g(a)$) correspond à l'aire de la zone hachurée ci-dessous :



L'aire de cette zone hachurée est comprise entre l'aire du rectangle $ABDC$ et celle du rectangle $ABFE$.

1. Quelle est l'aire du rectangle $ABDC$?
2. Quelle est l'aire du rectangle $ABFE$?
3. On en déduit que $\leq g(a + h) - g(a) \leq$

et que : $\leq \frac{g(a + h) - g(a)}{h} \leq$

4. On peut donc en conclure que $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{g(a + h) - g(a)}{h} =$ et que $g'(a) =$

5. Conclusion :