**▶ Exercice n°1**

1. Soit $g$ la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x^2 + 1 - 2\ln x$.
   a) Déterminer la limite de $g$ en 0.
   b) Déterminer la limite de $g$ en $+\infty$. *(On pourra mettre $x^2$ en facteur)*
   c) Dériver $g$ et montrer que pour tout $x > 0$, on a $g'(x) = \dfrac{2(x-1)(x+1)}{x}$.
   d) Dresser le tableau de variations de $g$. En déduire que $g$ admet 2 comme minimum sur $]0\,;+\infty[$ et le signe de $g(x)$ pour tout $x > 0$.
2. Soit $f$ la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2+1+2\ln x}{x}$.
   a) Dériver $f$ et montrer que pour tout $x > 0$, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
   b) En déduire que $f$ est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.
   c) Montrer que la fonction $F$ définie par $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + \ln x + (\ln x)^2$ est une primitive de $f$ sur $]0\,;+\infty[$.

**▶ Exercice n°2**

1. Résoudre dans $]0\,;+\infty[$ l'inéquation $3 - \ln x \geqslant 0$.
2. On admet que la capacité pulmonaire, en litres, de l'être humain en fonction de son âge $x$, en années, est donné par $f(x) = \dfrac{110\ln x - 220}{x}$ pour $x$ compris entre 10 et 60.
   a) Dériver $f$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{110(3-\ln x)}{x^2}$.
   b) En utilisant la question 1., dresser le tableau de variations de $f$ sur l'intervalle $[10\,;60]$ en indiquant une valeur approchée à 0,1 litre près de $f(10)$, $f(60)$ et du maximum de $f$ sur $[10\,;60]$.
   c) Donner à une année près l'âge pour lequel la capacité pulmonaire est maximale.