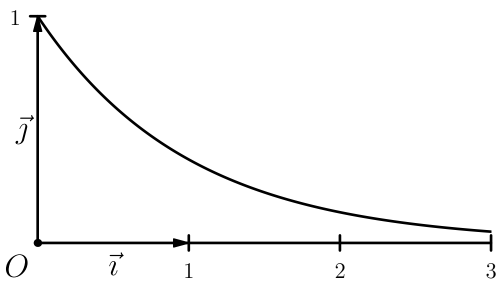
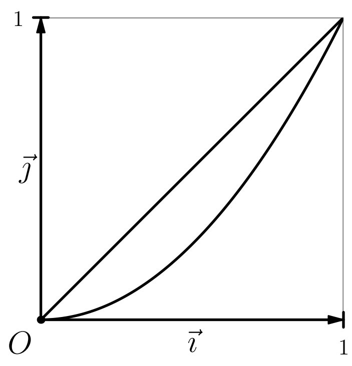
• **Primitives des fonctions usuelles :** *(F représente une primitive de f)*

$f(x)=a$	$F(x)=ax$
$f(x)=x$	$F(x)=\dfrac{x^2}{2}$
$f(x)=x^2$	$F(x)=\dfrac{x^3}{3}$
$f(x)=x^3$	$F(x)=\dfrac{x^4}{4}$
$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$	$F(x)=-\dfrac{1}{x}$
$f(x)=\dfrac{1}{x^3}$	$F(x)=-\dfrac{1}{2x^2}$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$F(x)=\ln x$
$f(x)=\mathrm{e}^x$	$F(x)=\mathrm{e}^x$
$f(x)=\mathrm{e}^{-x}$	$F(x)=-\mathrm{e}^{-x}$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}$
$f(x)=\sin x$	$F(x)=-\cos x$
$f(x)=\cos x$	$F(x)=\sin x$

• **Formules générales :**

forme de f	une primitive de f	exemples
$U'\,U$	$\dfrac{U^2}{2}$	$f(x)=\dfrac{1}{x}\times\ln x \Rightarrow F(x)=\dfrac{(\ln x)^2}{2}$
$U'\,U^2$	$\dfrac{U^3}{3}$	$f(x)=4(4x+1)^2 \Rightarrow F(x)=\dfrac{(4x+1)^3}{3}$
$\dfrac{U'}{U^2}\quad(U(x)\neq 0)$	$\dfrac{-1}{U}$	$f(x)=\dfrac{3x^2}{(x^3+1)^2} \Rightarrow F(x)=\dfrac{-1}{x^3+1}$
$\dfrac{U'}{U^3}\quad(U(x)\neq 0)$	$\dfrac{-1}{2U^2}$	$f(x)=\dfrac{7}{(7x+1)^3} \Rightarrow F(x)=\dfrac{-1}{2(7x+1)^2}$
$\dfrac{U'}{U}\quad(U(x)>0)$	$\ln U$	$f(x)=\dfrac{3}{(3x+1)} \Rightarrow F(x)=\ln(3x+1)$
$U'\,\mathrm{e}^U$	e^U	$f(x)=4\,\mathrm{e}^{4x} \Rightarrow F(x)=\mathrm{e}^{4x}$

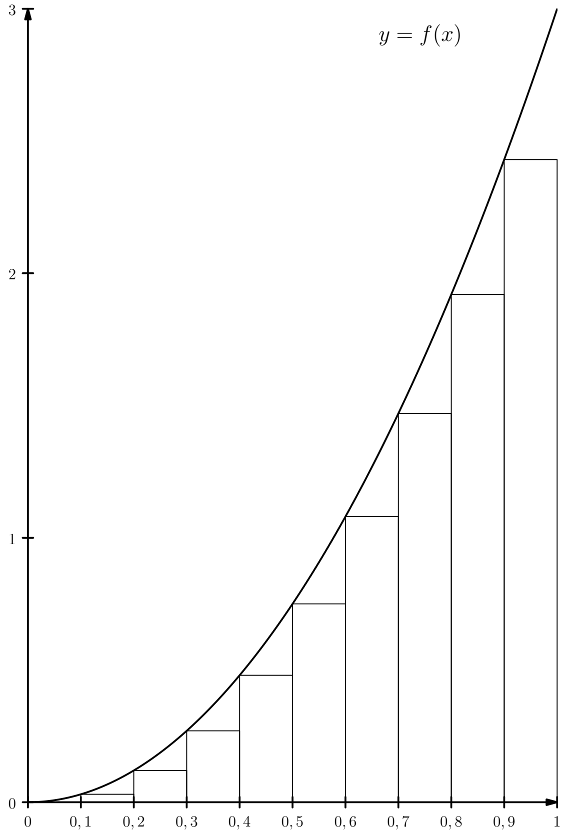




Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2$.

► **Recherche d'une valeur approchée de l'aire sous la courbe sur** $[0\,;\,1]$

1. On découpe l'intervalle $[0\,;\,1]$ en 10 intervalles et on construit des rectangles de la façon suivante :



La somme des aires des rectangles permet de déterminer une valeur approchée de l'aire sous la courbe de f sur $[0\,;\,1]$.

a) Quelle est la largeur de chaque rectangle ? ....

b) Quelle est la hauteur du premier rectangle ? .... Quelle est son aire ? ....

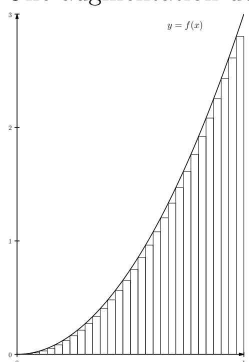
c) Quelle est la hauteur du deuxième rectangle ? .... Quelle est son aire ? ....

d) On cherche à effectuer la somme des aires des rectangles avec un algorithme en se basant sur le principe suivant : *On utilise une variable* `aire` *qui sert à stocker la somme des aires des rectangles au fur et à mesure. On part de $x = 0.1$ et on ajoute à la variable* `aire` *l'aire du rectangle commençant à x, puis on continue le processus en augmentant x de 0.1 tant que c'est nécessaire.* Compléter les lignes 4 et 6 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

```
 1: DEBUT_ALGORITHME
 2:   aire ← 0
 3:   x ← 0.1
 4:   TANT_QUE (x<=........) FAIRE
 5:     DEBUT_TANT_QUE
 6:     aire ← aire+............
 7:     x ← x+0.1
 8:     FIN_TANT_QUE
 9:   AFFICHER aire
10: FIN_ALGORITHME
```

e) Le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme est ....

2. Une augmentation du nombre de rectangles doit permettre d'obtenir une meilleure approximation :



On cherche à adapter l'algorithme précédent en se basant cette fois-ci sur une découpage de l'intervalle $[0\,;\,1]$ en 1000 intervalles (de 0 à 0.001, de 0.001 à 0.002, etc.).

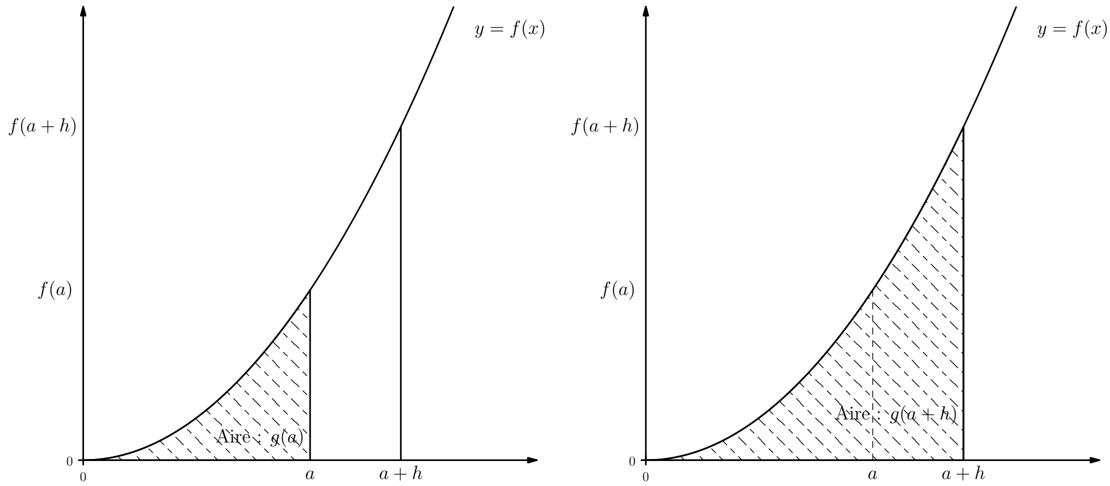
a) Compléter les lignes 3, 4, 6 et 7 de l'algorithme ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

```
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   aire ← 0
3:   x ← ..........
4:   TANT_QUE (x<=........) FAIRE
5:     DEBUT_TANT_QUE
6:     aire ← aire+............
7:     x ← x+...........
8:     FIN_TANT_QUE
9:   AFFICHER aire
10: FIN_ALGORITHME
```

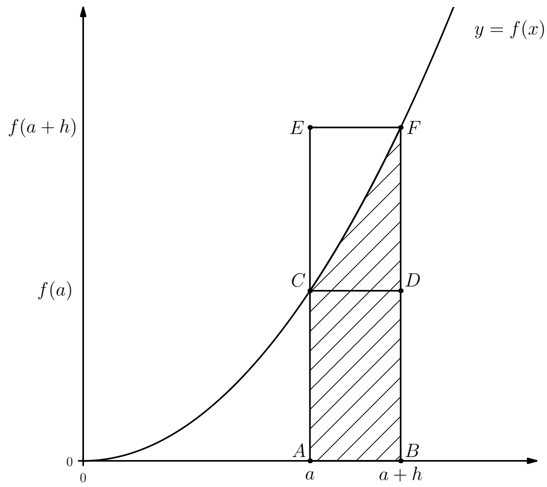
b) Le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme est ....

► **À la recherche d'une valeur exacte de l'aire sous la courbe sur** $[0\,;\,a]$

Pour tout réel a compris entre 0 et 1, on note $g(a)$ l'aire sous la courbe entre 0 et a. De la même façon, pour tout $h > 0$, $g(a+h)$ représente l'aire sous la courbe entre 0 et $a+h$.



La différence entre ces deux aires $(g(a+h) - g(a))$ correspond à l'aire de la zone hachurée ci-dessous :



L'aire ce cette zone hachurée est comprise entre l'aire du rectangle $ABDC$ et celle du rectangle $ABFE$.

1. Quelle est l'aire du rectangle $ABDC$? ....
2. Quelle est l'aire du rectangle $ABFE$? ....
3. On en déduit que .... $\leqslant g(a+h) - g(a) \leqslant$ ....

   et que : .... $\leqslant \dfrac{g(a+h) - g(a)}{h} \leqslant$ ....
4. On peut donc en conclure que $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ h > 0}} \dfrac{g(a+h) - g(a)}{h} =$ .... et que $g'(a) =$ ....
5. Conclusion :