Primitives

▶ Exercice n°1

Déterminer les primitives de f sur I dans les cas suivants :

1. $f(x) = 3x - 4 \quad I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \quad I = \mathbb{R}$
3. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + \dfrac{1}{3} \quad I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x^2} \quad I =]0; +\infty[$
5. $f(x) = -\dfrac{2}{x^2} \quad I =]0; +\infty[$
6. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3x^2 + 6 \quad I =]0; +\infty[$
7. $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}} \quad I =]0; +\infty[$
8. $f(x) = 5(5x - 1)^3 \quad I = \mathbb{R}$
9. $f(x) = \dfrac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2} \quad I = \mathbb{R}$
10. $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \sqrt{x})^2 \quad I =]0; +\infty[$

▶ Exercice n°2

Déterminer les primitives de f sur I dans les cas suivants :

1. $f(x) = (2x - 1)^3 \quad I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = x(2x^2 + 1)^3 \quad I = \mathbb{R}$
3. $f(x) = \dfrac{1}{(2x - 3)^2} \quad I = \left]\dfrac{3}{2}; +\infty\right[$
4. $f(x) = \dfrac{12}{(3x - 2)^2} \quad I = \left]\dfrac{2}{3}; +\infty\right[$
5. $f(x) = \dfrac{4x}{(x^2 + 5)^2} \quad I = \mathbb{R}$
6. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}(5 + 6\sqrt{x}) \quad I =]0; +\infty[$

▶ Exercice n°3

Déterminer F, la primitive de f sur I vérifiant la condition donnée, dans les cas suivants :

1. $f(x) = \dfrac{6x}{(x^2 + 1)^2} \qquad F(0) = 1 \qquad I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \dfrac{1}{(x - 1)^2} - \dfrac{1}{(x + 1)^2} \qquad F(2) = 0 \qquad I =]1; +\infty[$

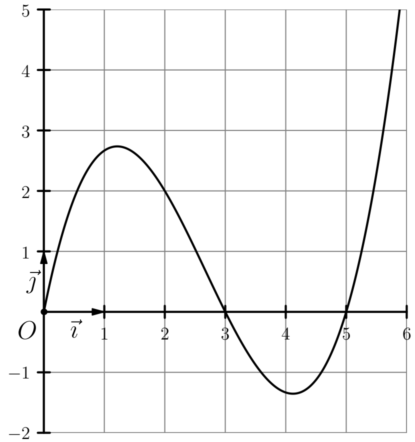
▶ Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8x}{(x - 2)^2}$.

1. Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{(x - 2)^2}$, pour tout x de $]2; +\infty[$.
2. En déduire F, la primitive de f sur $]2; +\infty[$ telle que $F(3) = 1$.

▶ Exercice n°5

Soit f une fonction dérivable sur $[0\,; 6]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :



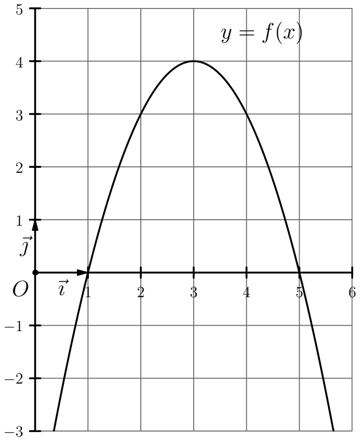
On note F la primitive de f sur $[0\,; 6]$ telle que $F(2) = 3$.

1. Déterminer $F'(0)$, $F'(2)$ et et $F'(3)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la primitive F au point d'abscisse 2.
3. Déterminer le tableau de variations de F.

▶ Exercice n°6

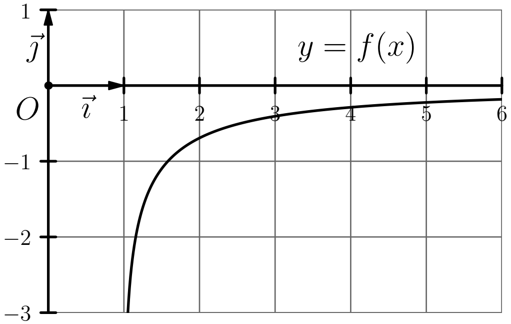
La courbe ci-contre représente une fonction f continue sur $\mathbb{R}$ et on note F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer, en justifiant votre réponse, si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* « $F'(3) = 0$ »
- *Proposition 2 :* « F est croissante sur $]1\,;5\,[$ »
- *Proposition 3 :* « La tangente à la courbe représentative de la primitive F au point d'abscisse 2 admet comme équation $y = 4x$ »

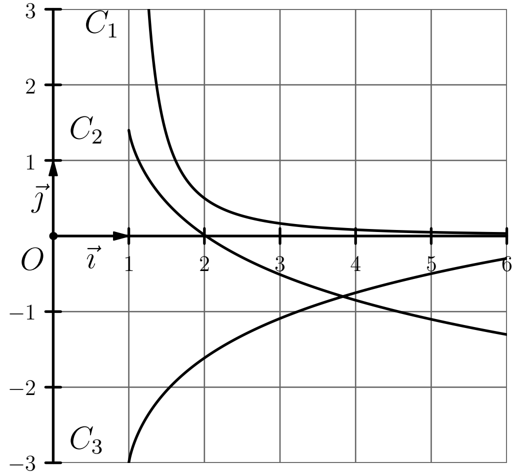


▶ Exercice n°7

La courbe d'une fonction f définie sur $]1\,;+\infty[$ est donnée ci-dessous :



1. Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 du graphique ci-dessous, une seule courbe représente la dérivée f'. Déterminer laquelle.



2. Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 du graphique, une seule courbe représente une primitive F de f sur $]1\,;+\infty[$. Déterminer laquelle.

▶ Exercice n°8

Un laboratoire charge une agence de publicité de faire une campagne de promotion d'un nouveau médicament. L'agence estime que la fréquence $f(t)$ de personnes qui devraient connaitre le nom du nouveau médicament après t semaines de publicité sera telle que $f'(t) = \dfrac{6}{(3t+2)^2}$ avec $f(0) = 0$.

1. Déterminer l'expression de $f(t)$ pour $t \geqslant 0$.
2. En déduire le pourcentage de personnes qui devraient ignorer le nom du nouveau médicament au bout de deux semaines.