Intégration

▶ Exercice n°1

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\displaystyle\int_2^3 x^2 + 1\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_1^2 1 + \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int_1^5 \frac{2}{2x-1}\,\mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{4x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$
5. $\displaystyle\int_2^3 x + \frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x$
6. $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{(x^2+3)^2}\,\mathrm{d}x$
7. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x}\,(\ln x)\ \mathrm{d}x$
8. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$
9. $\displaystyle\int_0^1 2x\mathrm{e}^{(x^2)}\,\mathrm{d}x$
10. $\displaystyle\int_0^{\ln 3} 6\mathrm{e}^{3x} - \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

▶ Exercice n°2

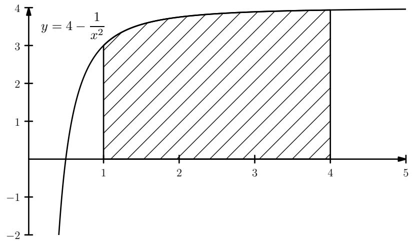
1. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x\ln x$ est une primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = 1 + \ln x$.
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

▶ Exercice n°3

1. Montrer que la fonction F définie par $F(t) = (-2t-3)\,\mathrm{e}^{-t}$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(t) = (2t+1)\,\mathrm{e}^{-t}$.
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$

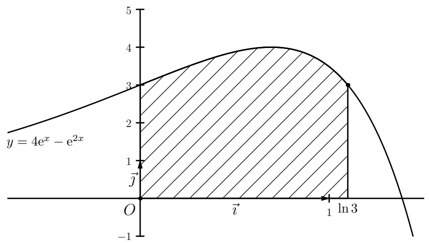
▶ Exercice n°4

Calculer, en unités d'aire, l'aire de la zone hachurée ci-dessous :



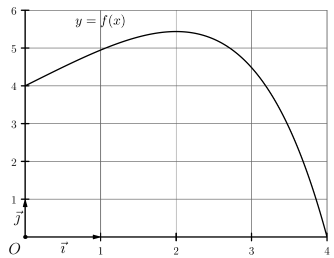
▶ Exercice n°5

Calculer, en unités d'aire, l'aire de la zone hachurée ci-dessous :



▶ Exercice n°6

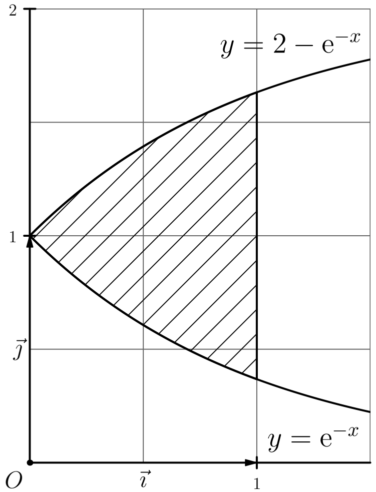
La courbe représentative d'une fonction f définie sur $[0; 4]$ est donnée ci-dessous :



1. Justifier, d'après le graphique, que $8 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 12$.
2. Déterminer, d'après le graphique, un encadrement de $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

► Exercice n°7

Calculer, en unités d'aire, l'aire de la zone hachurée ci-dessous :



► Exercice n°8

Soit f la fonction définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$.
On note C_f la courbe représentative de f et D la droite d'équation $y = 2$ dans repère orthonormé d'unité 2 cm.

1. Étudier la position relative de la courbe C_f et de la droite D sur $]-1\,;\,+\infty[$.

2. Calculer l'aire A (en cm^2) du domaine délimité par la courbe C_f, la droite D et par les droites d'équation $x = 0$ et $x = 5$.

► Exercice n°9

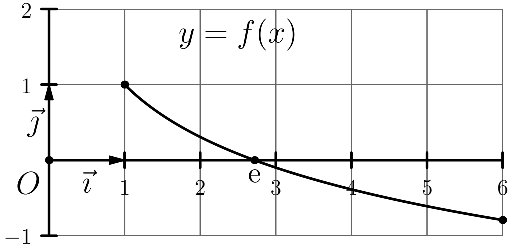
Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x - \dfrac{\ln x}{x}$.
Dans un repère orthonormé d'unité 2 cm, on note C_f la courbe représentative de la fonction f et D la droite d'équation $y = x$.

1. Étudier la position relative de C_f et D sur $]0\,;\,+\infty[$.

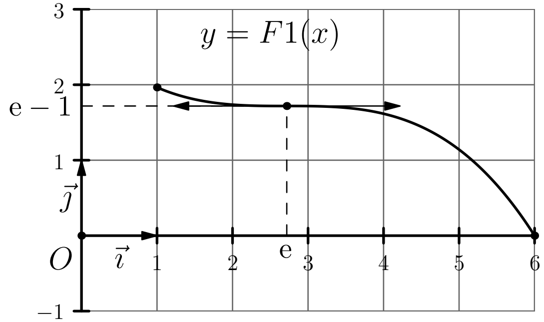
2. Calculer l'aire A (en cm^2) du domaine délimité par la courbe C_f, la droite D et par les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.

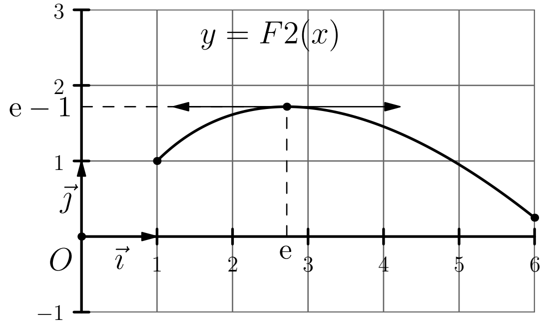
► Exercice n°10

La courbe d'une fonction f définie sur $[0\,;\,6]$ est donné ci-dessous :



1. Parmi les deux courbes ci-dessous, une seule représente une primitive de f sur $[0\,;\,6]$. Déterminer laquelle.





2. Déterminer la valeur de $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$. Que représente graphiquement I ?