

Dérivation

► Exercice n°1

Dériver la fonction f dans les cas suivants :

- | | |
|---|---|
| 1) $f(x) = x^2 - 3x + 1$ | 2) $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{2}$ |
| 3) $f(x) = \frac{x}{2} + 1 - \frac{1}{x}$ | 4) $f(x) = \frac{3}{x+2}$ |
| 5) $f(x) = \frac{2x-1}{-x+6}$ | 6) $f(x) = \frac{x+1}{2} - \frac{2}{x+1}$ |
| 7) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+2}$ | 8) $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+1}$ |
| 9) $f(x) = (x+3)\sqrt{x}$ | 10) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x-3}$ |
| 11) $f(x) = (\sqrt{x}+1) \times (x^2-2)$ | |

► Exercice n°2

Dériver la fonction f dans les cas suivants :

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1) $f(x) = \sqrt{4x+8}$ | 2) $f(x) = \sqrt{3-x^2}$ |
| 3) $f(x) = (3x-1)^2$ | 4) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x+4\right)^3$ |
| 5) $f(x) = (2x^2+x-1)^3$ | 6) $f(x) = (2x+1)^3 - (4x-1)^2$ |
| 7) $f(x) = x \times \sqrt{2x}$ | 8) $f(x) = \frac{\sqrt{3x+2}}{x}$ |

► Exercice n°3

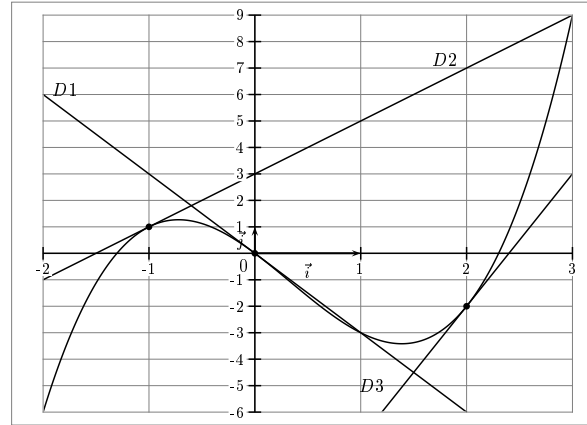
Déterminer une équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse a dans les cas suivants :

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $f(x) = x^2 + 1$ $a = 1$ | 2) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ $a = -1$ |
| 3) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ $a = 2$ | 4) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ $a = 4$ |
| 5) $f(x) = (4x-3)^3$ $a = 1$ | |

► Exercice n°4

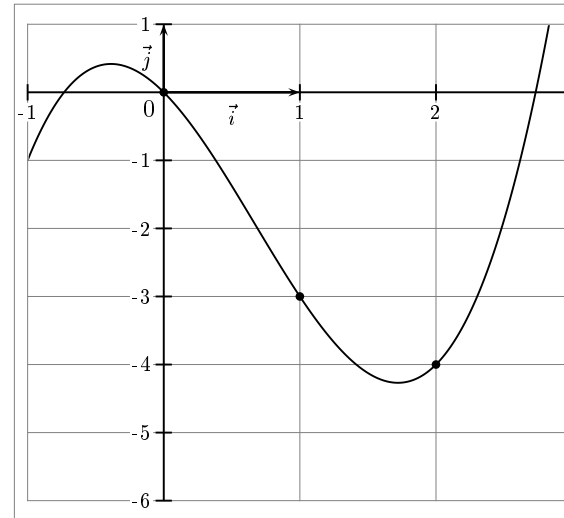
Sur le graphique ci-dessous, $D1$, $D2$ et $D3$ représentent les tangentes de la courbe représentative d'une fonction f aux points d'abscisses respectives 0, -1 et 2.

En déduire les valeurs de $f'(0)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$.



► Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $[-1, 3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x$ dont la courbe est donnée ci-dessous. Construire sur le graphique les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0, 1 et 2.



► **Exercice n°6**

Soit f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $\frac{x+1}{x-1}$.

Déterminer les points éventuels de la courbe de f où la tangente admet un coefficient directeur égal à -2 et donner une équation de ces tangentes.

► **Exercice n°7**

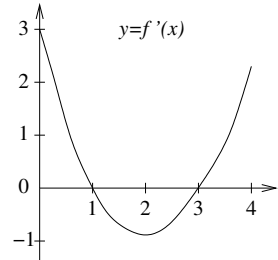
Soit f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}$.

Déterminer les points de la courbe représentative de f (dans un repère orthonormal) où la tangente :

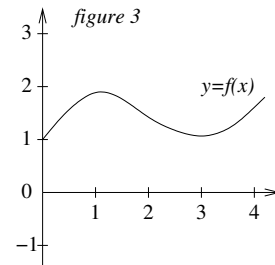
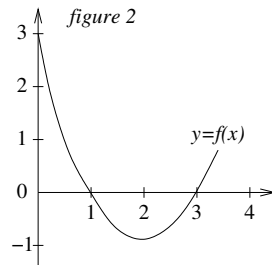
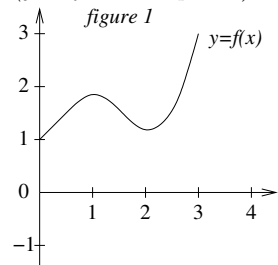
- est horizontale.
- admet -2 comme coefficient directeur.
- est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$.

► **Exercice n°8**

Soit f une fonction dérivable sur $[0; 4]$. La courbe représentative de sa dérivée est donnée ci-dessous :

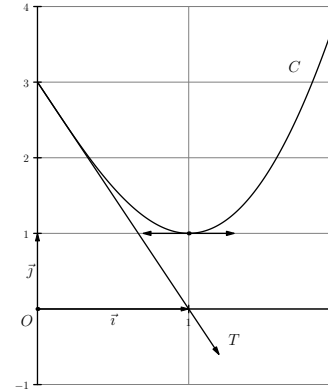


Parmi les trois figures ci-dessous, laquelle peut représenter la fonction f ? (justifier sa réponse)



► **Exercice n°9**

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $]0; +\infty[$ et T représente la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.



- D'après la courbe, déterminer $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.
- D'après la courbe, dresser le tableau de variations de f .
- On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Donner $g(0)$, $g(1)$, $g(3)$, $g'(0)$ et $g'(1)$.
- Dresser le tableau de variations de g .
- Donner une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 0.

► **Exercice n°10**

Déterminer les limites aux bornes et étudier les variations de la fonction f définie sur I dans les cas suivants :

- $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 1$ $I = \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{2x^2 - x + 2}{2x - 1}$ $I =]\frac{1}{2}; +\infty[$
- $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 6x + 8}$ $I =]2; 4[$
- $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ $I = \mathbb{R}$

► **Exercice n°11**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + x + 3}$.

- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. En déduire les asymptotes à la courbe C_f .
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°12**

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3}$.

- Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.

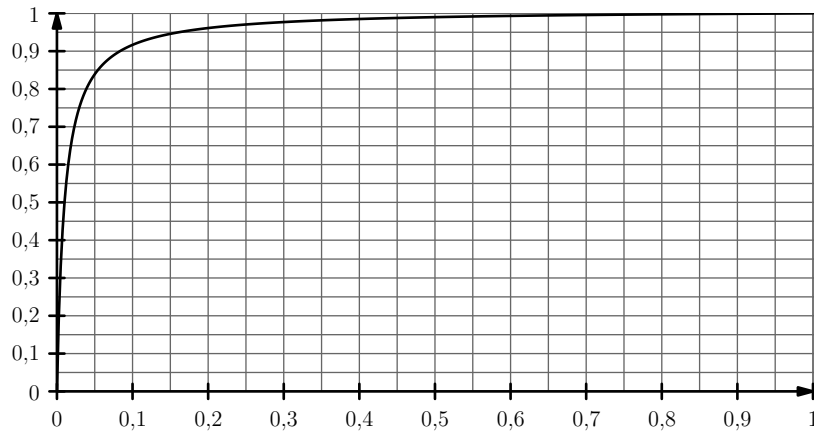
2. Dériver f et montrer que $f'(x) = \frac{(x-1)(x^3+x^2+6)}{x^4}$.
3. En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$.
4. Soit D la droite d'équation $y = x - 1$.
 - a) Montrer qu'il existe des points de C_f où la tangente est parallèle à D .
 - b) Étudier la position relative de C_f et D .
 - c) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1)$.

► **Exercice n°13**

Dans une population donnée, on note x la proportion de personnes atteintes de la grippe (on a donc $x \in [0; 1[$).

Un fabricant propose un test de dépistage et affirme qu'avec son test la probabilité d'avoir la grippe lorsque le test est positif est donnée par la fonction f définie sur $[0; 1[$ par $f(x) = \frac{99x}{98x+1}$ où x est la proportion de personnes atteintes de la grippe.

1. L'affirmation suivante est-elle vraie ?
« Si 1 % de la population est malade, un individu ayant un test positif n'a qu'une chance sur deux d'avoir la grippe. »
2. Dériver f et dresser son tableau de variation sur $[0; 1[$.
3. À partir de quelle proportion x de malades dans la population, la probabilité d'avoir la grippe en étant positif au test dépasse-t-elle 90% ?
4. La courbe de la fonction f est donnée ci-dessous :



- a) Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 0,05.

- b) La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est-elle horizontale ?
- c) Comment vérifier graphiquement les résultats des questions 1. et 3. ?

► **Exercice n°14**

f est une fonction dérivable sur \mathbb{R} .

Écrire la négation de la proposition suivante : « Pour tout $x \geq 2$, $f'(x) > 0$. »