▶ Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x \times (\ln x - 1)$.

1. Justifier que $f(\mathrm{e}) = 0$.
2. Exprimer en fonction de e, $f(\mathrm{e}^2)$.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
4. En utilisant que $f(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme $f(x) = x \times \ln x - x$, déterminer la limite de f en 0.
5. Dériver f et montrer que $f'(x) = \ln x$.
6. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
7. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 \times \left(\dfrac{1}{2}\ln x - \dfrac{3}{4}\right)$ est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

▶ Exercice n°2

1. Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'inéquation $3 - \ln x \geqslant 0$.
2. On admet que la capacité pulmonaire, en litres, de l'être humain en fonction de son âge x, en années, est donné par $f(x) = \dfrac{110\ln x - 220}{x}$ pour x compris entre 10 et 60.
   a) Dériver f et montrer que $f'(x) = \dfrac{110(3 - \ln x)}{x^2}$.
   b) En utilisant la question 1., dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[10\,;\,60]$ en indiquant une valeur approchée à 0,1 litre près de $f(10)$, $f(60)$ et du maximum de f sur $[10\,;\,60]$.
   c) Donner à une année près l'âge pour lequel la capacité pulmonaire est maximale.