



a) Limites des fonctions de références

PROPRIÉTÉ

- En $+\infty$:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} =$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} =$;	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} =$

PROPRIÉTÉ

- En $-\infty$:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x =$;	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 =$;	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 =$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} =$;	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} =$;	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} =$

PROPRIÉTÉ

• En 0 :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = \quad ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x^2} = \quad ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x^3} = \quad ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = \quad ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x^2} = \quad ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x^3} =$$

► **Remarque** : les fonctions sinus et cosinus n'admettent pas de limite aux infinis.

b) Opérations sur les limites

On note **FI** (pour forme indéterminée) les cas où les théorèmes ne permettent pas de conclure. l et l' représentent deux nombres finis.

► **Limite d'une somme** :

Situation	Exemple
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l'} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + \left(\frac{1}{x}\right) =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 4 + \left(\frac{1}{x}\right) =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x}\right) + x =$

Situation	Exemple
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + \sqrt{x} =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} + \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	

► **Limite d'une différence** :

• *Exemples* :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right) - 5 =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} - \left(\frac{1}{x}\right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - x =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(\frac{1}{x^2}\right) - \left(\frac{1}{x}\right) =$$

► **Limite d'un produit** :

Situation	Exemple
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l'} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \times \left[3 + \left(\frac{1}{x}\right)\right] =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l > 0} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2 + 3) \times \left(\frac{1}{x}\right) =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l < 0} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{x}\right) - 1\right] \times \sqrt{x} =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l > 0} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (4 + x) \times \left(\frac{1}{x}\right) =$

Situation	Exemple
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l < 0} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\frac{1}{x} \right) - 5 \right] \times x^3 =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \times \sqrt{x} =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \times (7 - x^2) =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow -\infty} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow +\infty} \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (8 - x) \times \sqrt{x} =$
$\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow \pm\infty} \times \underbrace{(\quad)}_{\rightarrow 0}$	

► **Limite de l'inverse :**

Situation	Exemple
$\left(\frac{1}{\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow l \neq 0}} \right) \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 2 \right)} =$
$\left(\frac{1}{\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow \pm\infty}} \right) \rightarrow$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(x + 2)} =$

Situation	Exemple
$\left(\frac{1}{\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow 0^+}} \right) \rightarrow$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{1}{(x - 1)} =$
$\left(\frac{1}{\underbrace{(\quad)}_{\rightarrow 0^-}} \right) \rightarrow$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{1}{(x - 1)} =$

► **Limite d'un quotient :**

Pour étudier la limite de $\frac{f}{g}$, on écrit que $\frac{f}{g} = f \times \frac{1}{g}$. On détermine alors la limite de f et de $\frac{1}{g}$, ce qui permet d'en déduire la limite de $\frac{f}{g}$.

• *Exemples :*

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{-5}{x - 2} = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} (-5) \times \left[\frac{1}{(x - 2)} \right] =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x + 1}{\sqrt{x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x + 1) \times \left[\frac{1}{(\sqrt{x})} \right] =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x^2 + 3}{x + 1} = \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} (x^2 + 3) \times \left[\frac{1}{(x + 1)} \right] =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{1 + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) \times \left[\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{x} \right) \right)} \right] =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{x}} =$$