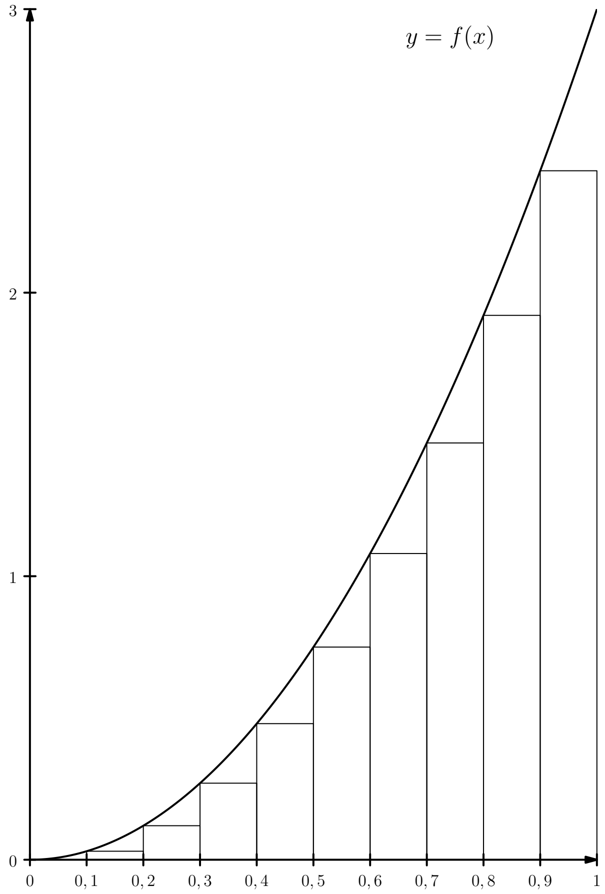
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2$.

► **Recherche d'une valeur approchée de l'aire sous la courbe sur** $[0\,;\,1]$

1. On découpe l'intervalle $[0\,;\,1]$ en 10 intervalles et on construit des rectangles de la façon suivante :



La somme des aires des rectangles permet de déterminer une valeur approchée de l'aire sous la courbe de f sur $[0\,;\,1]$.

a) Quelle est la largeur de chaque rectangle ? ....

b) Quelle est la hauteur du premier rectangle ? .... Quelle est son aire ? ....

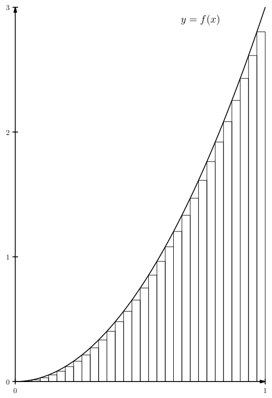
c) Quelle est la hauteur du deuxième rectangle ? .... Quelle est son aire ? ....

d) On cherche à effectuer la somme des aires des rectangles avec un algorithme en se basant sur le principe suivant :
On utilise une variable `aire` *qui sert à stocker la somme des aires des rectangles au fur et à mesure. On part de $x = 0.1$ et on ajoute à la variable* `aire` *l'aire du rectangle commençant à x, puis on continue le processus en augmentant x de 0.1 tant que c'est nécessaire.*
Compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme AlgoBox ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

```
 1: VARIABLES
 2: x EST_DU_TYPE NOMBRE
 3: aire EST_DU_TYPE NOMBRE
 4: DEBUT_ALGORITHME
 5: | aire PREND_LA_VALEUR 0
 6: | x PREND_LA_VALEUR 0.1
 7: | TANT_QUE (x<=........) FAIRE
 8: |   | DEBUT_TANT_QUE
 9: |   | aire PREND_LA_VALEUR aire+............
10: |   | x PREND_LA_VALEUR x+0.1
11: |   | FIN_TANT_QUE
12: | AFFICHER aire
13: FIN_ALGORITHME
```

e) Quel est le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme ? ....

2. Une augmentation du nombre de rectangles doit permettre d'obtenir une meilleure approximation :



On cherche à adapter l'algorithme précédent en se basant cette fois-ci sur une découpage de l'intervalle $[0\,;\,1]$ en 1000 intervalles (de 0 à 0.001, de 0.001 à 0.002, etc.).

a) Compléter les lignes 6, 7, 9 et 10 de l'algorithme AlgoBox ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

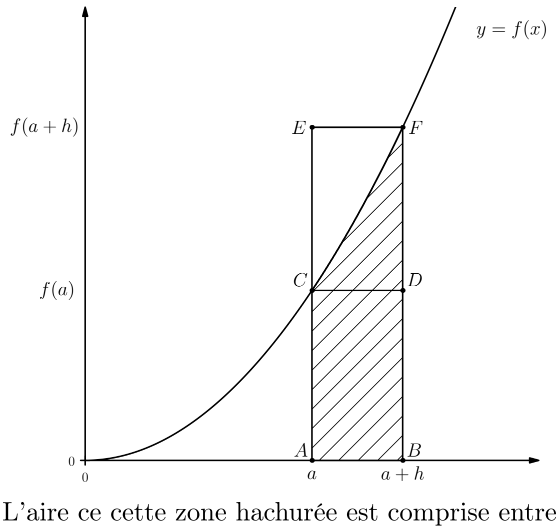
```
 1: VARIABLES
 2: x EST_DU_TYPE NOMBRE
 3: aire EST_DU_TYPE NOMBRE
 4: DEBUT_ALGORITHME
 5:   aire PREND_LA_VALEUR 0
 6:   x PREND_LA_VALEUR ..........
 7:   TANT_QUE (x<=........) FAIRE
 8:     DEBUT_TANT_QUE
 9:     aire PREND_LA_VALEUR aire+............
10:     x PREND_LA_VALEUR x+...........
11:     FIN_TANT_QUE
12:   AFFICHER aire
13: FIN_ALGORITHME
```

b) Quel est le résultat affiché lors de l'exécution de l'algorithme ? . . . .

► À la recherche d'une valeur exacte de l'aire sous la courbe sur $[0\,;\,a]$

Pour tout réel a compris entre 0 et 1, on note $g(a)$ l'aire sous la courbe entre 0 et a. De la même façon, pour tout $h > 0$, $g(a+h)$ représente l'aire sous la courbe entre 0 et $a+h$.

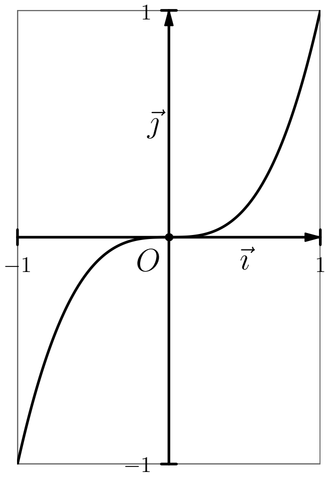
La différence entre ces deux aires $(g(a+h) - g(a))$ correspond à l'aire de la zone hachurée ci-dessous :

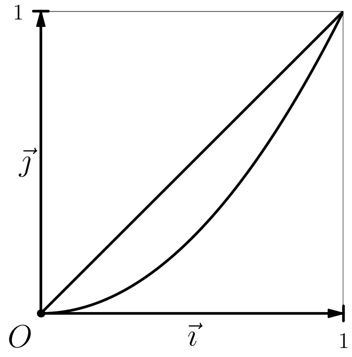


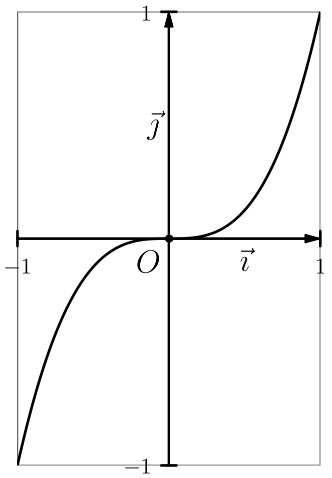
L'aire ce cette zone hachurée est comprise entre l'aire du rectangle $ABDC$ et celle du rectangle $ABFE$.

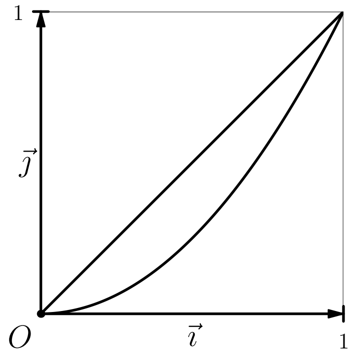
1. Quelle est l'aire du rectangle $ABDC$? . . . .
2. Quelle est l'aire du rectangle $ABFE$? . . . .
3. On en déduit que . . . . $\leqslant g(a+h) - g(a) \leqslant$ . . . .

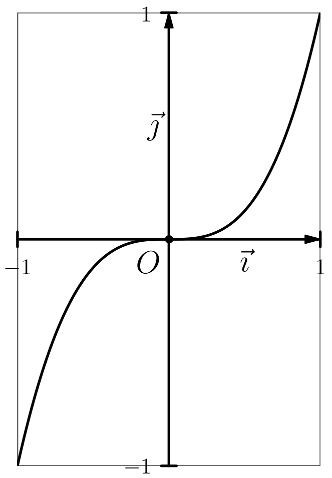
   et que : . . . . $\leqslant \dfrac{g(a+h) - g(a)}{h} \leqslant$ . . . .
4. On peut donc en conclure que $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ h > 0}} \dfrac{g(a+h) - g(a)}{h} =$ . . . . et que $g'(a) =$ . . . .
5. Conclusion :

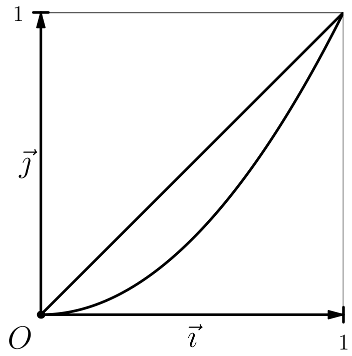

1
$\vec{\jmath}$
-1
O
$\vec{\imath}$
1
-1


1
$\vec{\jmath}$
O
$\vec{\imath}$
1


1
$\vec{\jmath}$
-1
O
$\vec{\imath}$
1
-1


1
$\vec{\jmath}$
O
$\vec{\imath}$
1


1
$\vec{\jmath}$
-1
O
$\vec{\imath}$
1
-1


1
$\vec{\jmath}$
O
$\vec{\imath}$
1