Suites

▶ Exercice n°1
Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathrm{e}^{-2n}$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{3}{4}\right)^n + n^2$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{3}{2}\right)^n + \dfrac{\ln n}{n}$ d) $\lim\limits_{n\to+\infty} n - \mathrm{e}^n$

▶ Exercice n°2
n représente un entier naturel.

1. Déterminer à partir de quelle valeur de n on a $(1{,}05)^n \geqslant 2$.
2. Déterminer à partir de quelle valeur de n on a $(0{,}95)^n \leqslant 0{,}2$.

▶ Exercice n°3
Soit (U_n) la suite géométrique de premier terme $U_0 = 5$ et de raison $q = 3$.

1. Calculer U_2 et U_5.
2. Exprimer U_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de la suite (U_n) .
4. Calculer $U_0 + U_1 + \cdots + U_8$

▶ Exercice n°4
Soit (U_n) la suite géométrique de raison $q = 3$ telle que $U_4 = 81$.
Calculer U_0, puis U_7.

▶ Exercice n°5
Soit (U_n) la suite géométrique de raison $q > 0$ telle que $U_4 = 10$ et $U_6 = 250$.
Calculer la raison q et U_0.

▶ Exercice n°6
Calculer les sommes suivantes :

1. $S_1 = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^7 + 3^8$
2. $S_2 = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \cdots + \dfrac{1}{64} + \dfrac{1}{128}$

▶ Exercice n°7
La période de désintégration d'un élément radioactif est le temps au bout duquel la masse d'un échantillon est divisée par 2 (cette période est constante).
On note U_0 la masse initiale de l'élément radioactif et U_n sa masse au bout de n périodes de désintégration.

1. Justifier que la suite (U_n) est géométrique et donner sa raison.
2. La période de désintégration du radium est de 1500 ans et on considère un échantillon de 5 g de radium.
   On note $U_0 = 5$ et U_n la masse de l'échantillon au bout de n périodes de désintégration.
   a) Exprimer U_n en fonction de n.
   b) Calculer ce que sera la masse de l'échantillon dans 10500 ans.
   c) Au bout de combien d'années la masse de l'échantillon sera-t-elle inférieure à 5 milligramme ?

▶ Exercice n°8
Une plaque de verre teintée est telle qu'un rayon lumineux qui la traverse perd 20 % de son intensité lumineuse et on fait traverser à un rayon lumineux d'intensité 50 cd une série de ces plaques de verre teintée.
On note $I_0 = 50$ et I_n l'intensité du rayon lumineux après le passage de n plaques.

1. Justifier que la suite (I_n) est géométrique et donner sa raison.
2. Exprimer I_n en fonction de n.
3. Calculer l'intensité du rayon lumineux après le passage de 4 plaques.
4. On cherche à déterminer le plus petit nombre de plaques que le rayon lumineux doit franchir pour que son intensité devienne inférieure à 1 cd.
   a) **Méthode 1 : avec un algorithme**.
   Compléter la ligne 7 de l'algorithme AlgoBox ci-dessous pour qu'il réponde à la question.

```
 1: VARIABLES
 2: n EST_DU_TYPE NOMBRE
 3: I EST_DU_TYPE NOMBRE
 4: DEBUT_ALGORITHME
 5:   n PREND_LA_VALEUR 0
 6:   I PREND_LA_VALEUR 50
 7:   TANT_QUE (.........) FAIRE
 8:     DEBUT_TANT_QUE
 9:     I PREND_LA_VALEUR 0.8*I
10:     n PREND_LA_VALEUR n+1
11:     FIN_TANT_QUE
12:   AFFICHER n
13: FIN_ALGORITHME
```

   b) **Méthode 2 : en résolvant une inéquation**.
   Déterminer, par le calcul, le plus entier n tel que $I_n \leqslant 1$.