

Fonctions $x \mapsto a^x$ et $x \mapsto x^\alpha$

► Exercice n°1

Écrire sous forme exponentielle les réels suivants :

$$A = 2^{-3.1} \quad B = 5^{\frac{1}{3}} \quad C = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}} \quad D = \left(\frac{3}{4}\right)^{-\sqrt{2}} \quad E = 3^{0.7} \quad F = \sqrt{3}^{\sqrt{3}}$$

► Exercice n°2

Simplifier les expressions suivantes. (x représente un réel strictement positif)

$$A = \frac{x^{0.7}}{x^{0.3}} \quad B = (x^{-0.2})^{0.3} \times (x^{-0.4})^{-0.2} \quad C = \frac{(x^3)^{\frac{1}{3}} \times (x^{-2})^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{2}}}$$

► Exercice n°3

La magnitude M d'un séisme est liée à l'énergie E libérée au foyer du séisme par la formule approximative : $E = 10^{11.8+1.5M}$, où E est exprimée en ergs (1 erg = 10^{-7} Joules).

1. Calculer l'énergie libérée au foyer dans le cas où $M = 3$.
2. Par quel facteur est multipliée cette énergie si M passe de 3 à 4 ?

► Exercice n°4

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $2^x = 100$
2. $0.7^x = 3$

► Exercice n°5

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $3^x > 100$
2. $0.6^x < 2$

► Exercice n°6

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0.8^x$.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .

► Exercice n°7

À l'instant $t = 0$, la masse d'un échantillon d'iode 131 est de 100 g. À cause de la radioactivité du produit, cette masse diminue par désintégration. Au bout de t jours, la masse de l'échantillon, en grammes, est $M(t) = 100 \times (0,917)^t$.

1. Déterminer au bout de combien de jours la masse de l'échantillon passera de 100 à 50 grammes.
2. Déterminer au bout de combien de jours la masse de l'échantillon passera de 50 à 25 grammes.

► Exercice n°8

Lors d'un test d'isolation thermique, on a constaté que la température θ (en degrés celsius) d'une pièce d'un appartement en fonction du temps t (en heures) pouvait être modélisée par la relation $\theta(t) = 20 \times (0,8)^t$.

Combien de temps a-t-il été nécessaire pour que la température de la pièce passe de 20 °C à 6 °C ?

► Exercice n°9

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^{0,8}$.

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de f sur $]0; +\infty[$.

► Exercice n°10

Résoudre dans $]0; +\infty[$ les équations suivantes :

1. $x^3 = 10$
2. $x^{1,2} = 3$

► Exercice n°11

Dans un autocuiseur, la pression p (en atmosphères) est donné en fonction de la température t (en degrés celsius) par la relation $p = \left(\frac{t}{100}\right)^4$.

La présence d'une soupape de sécurité limite la pression de l'autocuiseur à une valeur maximale de 1,5 atmosphères.

Déterminer la température maximale que l'on peut atteindre dans l'autocuiseur.