

# Probabilités

## ► Exercice n°1

La probabilité qu'une machine tombe en panne un jour, indépendamment du jour, est de 0,1 et on note  $X$  le nombre de jours où la machine tombe en panne sur une durée de 10 jours consécutifs.

1. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'en dix jours, la machine ne tombe pas en panne.
3. Calculer la probabilité que sur 10 jours, la machine tombe en panne exactement 3 jours.
4. Calculer la probabilité qu'en dix jours, la machine ne tombe pas en panne plus d'une journée.
5. Donner l'espérance et l'écart-type de  $X$ .

## ► Exercice n°2

Deux bus passent à 8h15 et à 8h30 à un certain arrêt. Un usager se présente à cet arrêt entre 8 heures et 8 heures 30 et on note  $X$  la durée en minutes entre 8 heures et l'heure d'arrivée de cet usager à l'arrêt.  $X$  suit donc la loi uniforme sur l'intervalle  $[0; 30]$ .

1. Calculer la probabilité que l'usager attende moins de 5 minutes le premier bus.
2. Calculer la probabilité que l'usager attende moins de 5 minutes le deuxième bus.
3. En déduire la probabilité que l'usager attende moins de 5 minutes un bus.

## ► Exercice n°3

La durée de vie (en années) d'un composant électronique est une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . Suite à un contrôle de qualité, on estime que la durée de vie de ce composant ne dépasse pas 5 ans avec une probabilité de 0,675.

1. Calculer la valeur du paramètre  $\lambda$  arrondie à 0,001 près.
2. Calculer la probabilité qu'un composant de ce type dure moins de 8 ans.
3. Calculer la probabilité qu'un composant de ce type dure plus de 10 ans.

## ► Exercice n°4

La durée de vie d'un noyau radioactif est une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  et la demi-vie de cet élément radioactif est la durée  $T$  telle que  $p(X \leq T) = 0,5$ .

1. Exprimer  $T$  en fonction de  $\lambda$ .

2. La durée de vie moyenne  $\tau$  de l'élément radioactif est égale à l'espérance de la variable aléatoire  $X$ . Exprimer  $\tau$  en fonction de la demi-vie  $T$ .

## ► Exercice n°5

Les températures du mois de Juillet dans une ville de montagne suivent la loi normale d'espérance  $\mu = 18,2^\circ\text{C}$  et d'écart-type  $\sigma = 3,6^\circ\text{C}$ .

1. Calculer la probabilité que, lors d'un jour de Juillet choisi au hasard, la température dans cette ville soit inférieure à  $16^\circ\text{C}$ .
2. Calculer la probabilité que, lors d'un jour de Juillet choisi au hasard, la température dans cette ville soit comprise entre  $20^\circ\text{C}$  et  $24,5^\circ\text{C}$ .
3. Calculer la probabilité que, lors d'un jour de Juillet choisi au hasard, la température dans cette ville soit supérieure à  $21^\circ\text{C}$ .

## ► Exercice n°6

On émet l'hypothèse qu'une pièce de monnaie est équilibrée, c'est à dire que la probabilité d'obtenir « pile » est  $p = 0,5$ . Pour vérifier cette hypothèse, on lance 100 fois de suite cette pièce.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% associé à la proportion supposée  $p = 0,5$  et à ce lancer de 100 pièces.
2. Lors de l'expérience consistant à lancer 100 fois la pièce, on a obtenu 60 fois « pile ». En déduire la fréquence observée  $f$  de « pile » obtenus. Peut-on accepter l'hypothèse que la pièce est équilibrée au seuil de 95% ?

## ► Exercice n°7

1. On donne à un échantillon de 130 patients souffrant de rhumatismes un nouveau médicament. A la fin du traitement, 44% de ces patients ont déclaré que le médicament avait soulagé leurs douleurs. Déterminer l'intervalle de confiance à 95 % associé à la déclaration des patients de cet échantillon.
2. Au même moment, on a distribué à autre échantillon de 100 patients souffrant de rhumatismes un placebo. A la fin du traitement, 40% de ces patients ont déclaré que le médicament avait soulagé leurs douleurs. Déterminer l'intervalle de confiance à 95 % associé à la déclaration des patients de cet échantillon.
3. Peut-on émettre, suite à ce test, une conclusion claire sur l'efficacité du nouveau médicament ?