

Limites d'une fonction

► Exercice n°1

Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction f dans les cas suivants :
(on précisera si la courbe de f admet une asymptote horizontale en $+\infty$)

1. $f(x) = x + \sqrt{x}$
2. $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x}$
3. $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$
4. $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$
5. $f(x) = \frac{\frac{1}{x} + 2}{\frac{1}{x^2} - 1}$
6. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2x - 3$
7. $f(x) = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$
8. $f(x) = \frac{2x}{1 + \frac{1}{x^2}}$

► Exercice n°2

Déterminer la limite en $-\infty$ de la fonction f dans les cas suivants :
(on précisera si la courbe de f admet une asymptote horizontale en $-\infty$)

1. $f(x) = \frac{1}{x^3} - x$
2. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$
3. $f(x) = \frac{1}{x+3} - 2$
4. $f(x) = \frac{x+1}{\frac{1}{x} - 2}$
5. $f(x) = \frac{\frac{1}{x^2} + 3}{x-1}$

► Exercice n°3

Déterminer la limite en a (pour $x < a$ et pour $x > a$) de la fonction f dans les cas suivants : (on précisera si la courbe de f admet une asymptote verticale)

1. $f(x) = x + \frac{1}{x} \quad a = 0$
2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \quad a = 0$
3. $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{4x} + 3 \quad a = 0$
4. $f(x) = \frac{3x-2}{x+2} \quad a = -2$
5. $f(x) = \frac{2}{3x-4} \quad a = \frac{4}{3}$
6. $f(x) = \frac{x^2+x-3}{1-x^2} \quad a = 1$

► Exercice n°4

Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction polynôme f dans les cas suivants :

1. $f(x) = 2x^2 - x + 1$
2. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$
3. $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 5x^2 - 7x + 1$

► Exercice n°5

Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction rationnelle f dans les cas suivants : (on précisera si la courbe de f admet une asymptote horizontale en $-\infty$ ou en $+\infty$)

1. $f(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$
2. $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{2x+3}$
3. $f(x) = \frac{-4x+1}{x^2+1}$
4. $f(x) = \frac{2x^2+x-1}{-x^3+2x^2-2}$
5. $f(x) = \frac{-2x^3}{x^3+5x^2-1}$

► **Exercice n°6**

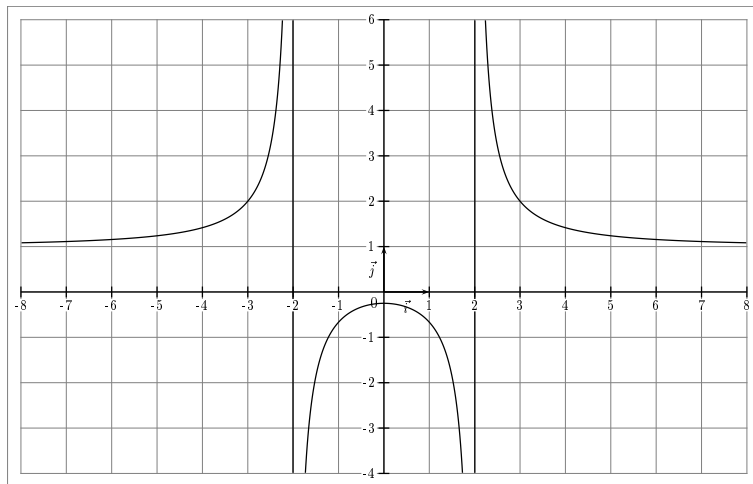
Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$.

1. Étudier les limites de f en $-\infty$, en 1^- ($x < 1$), en 1^+ ($x > 1$) et en $+\infty$.
2. Étudier la position relative entre la courbe de f et l'asymptote horizontale sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.

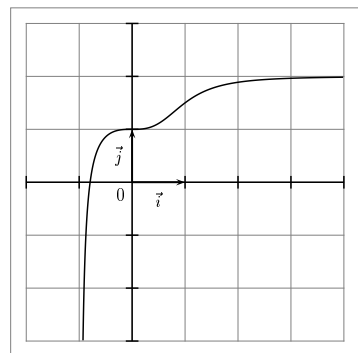
► **Exercice n°7**

Dans chacun des cas suivants, déterminer d'après la courbe les limites de la fonction f aux bornes et une équation de chacune des asymptotes.

a)



b)



► **Exercice n°8**

Compléter les phrases suivantes par « $\lim \dots = \dots$ », « $x = \dots$ », « $y = \dots$ », « verticale », « horizontale » ou « oblique ».

1. Si $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = -\infty$ alors la droite d'équation est une asymptote à C_f .
2. Si alors la droite d'équation $y = 5$ est une asymptote horizontale à C_f en $-\infty$.

► **Exercice n°9**

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x}\right)^2$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{x})^3$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 4 + \frac{1}{x}\right)^3$
4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{\sqrt{x}}{(x-3)^2}$

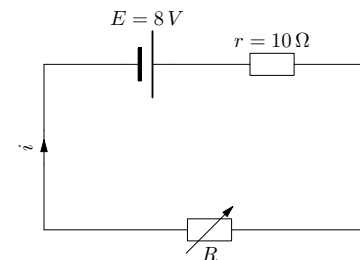
► **Exercice n°10**

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse? (*justifier sa réponse*)

« Si f est une fonction strictement décroissante sur $[0; +\infty[$ alors on a nécessairement $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ »

► **Exercice n°11**

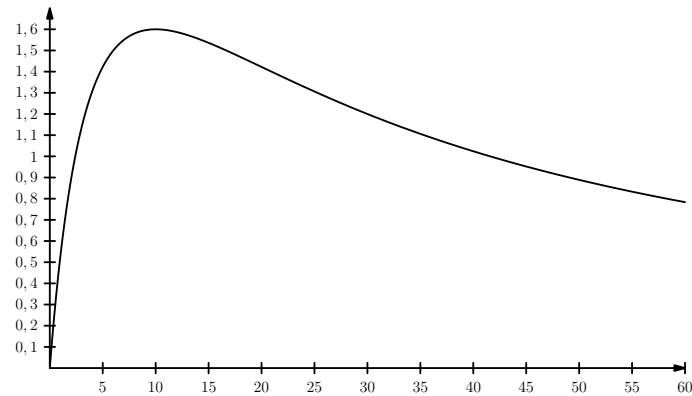
On considère le circuit ci-dessous dans lequel R est variable.



La puissance dissipée (en watts) dans le résistor de résistance R est :

$$P = \frac{E^2 \times R}{(R+r)^2} = \frac{64 \times R}{(R+10)^2}$$

La courbe représentant P (en ordonnée) en fonction de R en (abscisse) est donnée ci-dessous :



1. Déterminer, par le calcul, la valeur de P quand $R = 10 \Omega$.
2. Le graphique permet-il d'établir une conjecture viable sur la valeur vers laquelle tend P quand R devient très grand ?
3. Déterminer la limite de P quand R tend vers $+\infty$.
4. On cherche à déterminer, à l'aide d'un algorithme, la première valeur entière de R ($R \geq 10$) pour laquelle la puissance P devient inférieure à $1 W$. Pour cela, on part de $R = 10$ et on augmente R de 1 tant que cela est nécessaire. Compléter les lignes 6 et 7 de l'algorithme AlgoBox ci-dessous pour qu'il réponde au problème.

```

1: VARIABLES
2: R EST_DU_TYPE NOMBRE
3: P EST_DU_TYPE NOMBRE
4: DEBUT_ALGORITHME
5:   R PREND_LA_VALEUR 10
6:   P PREND_LA_VALEUR .....
7:   TANT_QUE (P.....) FAIRE
8:     DEBUT_TANT_QUE
9:       R PREND_LA_VALEUR R+1
10:      P PREND_LA_VALEUR 64*R/pow(R+10,2)
11:     FIN_TANT_QUE
12:   AFFICHER R
13: FIN_ALGORITHME

```