

Exponentielle

► Exercice n°1

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= e^{-\ln 8} & B &= e^{3 \ln 5} & C &= \ln(e^{-3}) + e^{\frac{1}{2} \ln 4} \\ D &= e^{2 + \ln 3} & E &= (e^x)^2 (e^{-x})^3 & F &= (e^x - e^{-x})^2 - e^{-x} (e^{3x} + e^x) \end{aligned}$$

► Exercice n°2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $e^x = 3$
2. $e^{x+2} = 1$
3. $e^x + 1 = 0$
4. $e^{x+3} = 5$
5. $e^{x^2 - x - 11} = e$
6. $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$
7. $e^{2x} + 3e^x - 10 = 0$
8. $e^{-x} = 3 - e^x$

► Exercice n°3

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $e^x - 2 \geq 0$
2. $3 - e^{2x} \leq 0$
3. $e^{-x} - 1 < 0$
4. $e^x < 4e^{-x}$

► Exercice n°4

Un solide dont la température à l'instant $t = 0$ est de 25°C est placé à l'extérieur, où la température est de 8°C . La température de ce corps (en degré celsius) à l'instant t (en secondes) est donné par $\theta(t) = 8 + 17e^{kt}$ où k est une constante réelle.

1. On observe qu'au bout de deux minutes, la température du solide est de 20°C . En déduire la valeur de k .
2. Au bout de combien de temps, la température du solide sera-t-elle de 15°C ?

► Exercice n°5

Un corps radioactif se désintègre en transformant une partie de ses noyaux suivant la loi $N(t) = N_0 e^{-kt}$ où N_0 est le nombre de noyaux radioactifs au début de l'observation, $N(t)$ le nombre de noyaux radioactifs à l'instant t exprimé en heures, k une constante réelle.

1. Déterminer la constante k pour le thorium, sachant qu'avec $N_0 = 1000$, on a $N(1) = 937$.
2. La période d'un élément radioactif est le temps au bout duquel il reste la moitié des atomes. Calculer la période du thorium.

► Exercice n°6

Déterminer, dans un tableau, le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} dans les cas suivants :

1. $f(x) = xe^x$
2. $f(x) = \frac{4-x}{e^x}$
3. $f(x) = e^x - 2$
4. $f(x) = 1 - e^{2x}$

► Exercice n°7

Dériver la fonction f dans les cas suivants :

1. f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^x$
2. f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$
3. f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1 - x^2)e^x$
4. f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{3 + e^x}$
5. f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1 - e^x)^2$

► Exercice n°8

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + e^x$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x - 3e^x$
3. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{e^x}{x}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x + 2e^x$
5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - \frac{1}{x}$

► **Exercice n°9**

Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x - e^x$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x)e^x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2xe^{-x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{e^x}$

► **Exercice n°10**

Dériver la fonction f dans les cas suivants :

- f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-4x}$
- f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{x^2+3}$
- f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^{1-\frac{1}{x}}$
- f définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{3x}{x+1}}$

► **Exercice n°11**

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x - 3x$.

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°12**

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x + 1 + e^x$.

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Déterminer une équation de T , la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
- Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°13**

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2xe^x$.

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (2x - 2)e^x$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°14**

On admet que la charge q d'un condensateur est donnée en fonction du temps t exprimé en secondes par $q(t) = 6(1 - e^{-0,2t})$ (pour $t \geq 0$).

- Montrer que la fonction q est croissante sur $[0; +\infty[$.
- Calculer la charge maximale du condensateur, c'est à dire la limite de q en $+\infty$.
- Au bout de combien de secondes la charge du condensateur sera-t-elle supérieure à 5,7.

► **Exercice n°15**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x + 1}{e^x}$.

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Déterminer les coordonnées du point A , intersection entre la courbe C_f et l'axe des abscisses.
- Déterminer une équation de T , la tangente à la courbe C_f au point A .
- On cherche à déterminer le premier entier positif n tel que $f(n) \leq 0,01$ à l'aide de l'algorithme AlgoBox ci-dessous. Compléter la ligne 5 pour que l'algorithme puisse répondre à la question.

```

1: VARIABLES
2: n EST_DU_TYPE NOMBRE
3: DEBUT_ALGORITHME
4:   n PREND_LA_VALEUR 0
5:   TANT_QUE ((n+1)/exp(n).....) FAIRE
6:     DEBUT_TANT_QUE
7:       n PREND_LA_VALEUR n+1
8:     FIN_TANT_QUE
9:   AFFICHER n
10: FIN_ALGORITHME

```

► **Exercice n°16**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - 4e^x$.

- Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre la courbe C_f et la droite D d'équation $y = -3$.
- Déterminer les primitives de f sur \mathbb{R} .

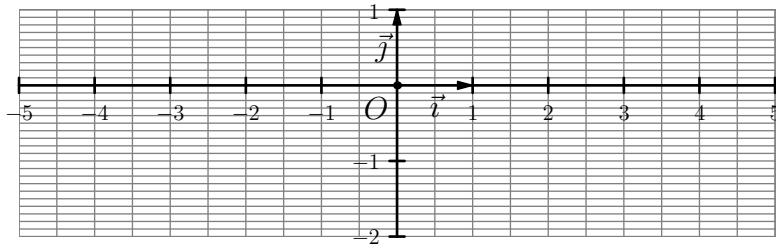
► **Exercice n°17**

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$.

- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- En déduire les asymptotes à la courbe C_f .
- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Compléter le tableau de valeurs suivants :

x	-5	-3	-1	-0,5	0	0,5	1	3	5
$f(x)$									

- À l'aide du tableau de valeurs, tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous :



► **Exercice n°18**

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x^2 - x - 1)e^x$.

- Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°19**

- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (1 - x)e^x - 1$.
 - Étudier les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - Étudier les variations de g sur \mathbb{R} .
 - En déduire le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R} .
- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2 - x)e^x + 2 - x$.
 - Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - À l'aide de la question 1. c), étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
 - Montrer qu'il existe un point A de la courbe C_f où la tangente T est parallèle à la droite D d'équation $y = -x$.

► **Exercice n°20**

- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - 1 + e^{-x}$.
 - Étudier les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - Étudier les variations de g sur \mathbb{R} .
 - En déduire le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R} .
- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2x - 2e^{-x}$.
 - À l'aide de la question 1. c), étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
 - Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

► **Exercice n°21**

Déterminer les primitives de f sur I dans les cas suivants :

- $f(x) = x + e^{-x}$ $I = \mathbb{R}$
- $f(x) = e^{2x+1}$ $I = \mathbb{R}$
- $f(x) = 6e^{-3x+2}$ $I = \mathbb{R}$
- $f(x) = -\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ $I =]0; +\infty[$
- $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ $I = \mathbb{R}$

► **Exercice n°22**

On considère la proposition suivante : « Il existe un réel x pour lequel $e^2 \times e^x = e^{2x}$ »

- Écrire la négation de cette proposition.
- La proposition est-elle vraie ou fausse ?