▶ Exercice n°1

Un lac artificiel est alimenté par un ruisseau dont le débit diminue de 20% d'un jour sur l'autre à cause de la chaleur. On note U_n le débit du ruisseau en m^3 le $n^{\text{ième}}$ jour après le 1$^{\text{ier}}$ juin. Pour la journée du 1$^{\text{ier}}$ juin le débit du ruisseau U_0 est égal à 300 m^3 par jour.

1. Justifier que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
2. Exprimer U_n en fonction de n.
3. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.
4. Déterminer le plus petit entier n tel que $U_n < 1$. En déduire le premier jour à partir duquel le débit du ruisseau est inférieur à 1 m^3 par jour.

▶ Exercice n°2

1. Déterminer les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$.
2. Déterminer la fonction f, solution de l'équation différentielle précédente, qui vérifie les conditions $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}$ et $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 3$.
3. Vérifier que, pour tout x, $f(x) = 2\sin\left(\dfrac{\pi}{6} - 3x\right)$. *(on utilisera la formule* $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$*)*

▶ Exercice n°3

Un condensateur de capacité $C = 0{,}0001\,\text{F}$ est chargé sous une tension initiale de 20 volts. Il se décharge ensuite dans un résistor de résistance $R = 1000\,\Omega$. La tension aux bornes du condensateur est une fonction V (du temps) définie sur $[0\,;\,+\infty[$. Cette fonction V est solution sur $[0\,;\,+\infty[$ de l'équation différentielle $V'(t) + \dfrac{1}{RC}V(t) = 0$.

1. Après avoir remplacé R et C par leurs valeurs, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $V'(t) + \dfrac{1}{RC}V(t) = 0$.
2. Sachant que de plus, on doit avoir $V(0) = 20$, justifier que la seule solution vérifiant cette condition est définie par $V(t) = 20\,\mathrm{e}^{-10t}$.
3. Déterminer l'instant t pour lequel on a $V(t) = 0{,}02$. *(on donnera une valeur approchée du résultat à* 0,01 *près)*
4. Déterminer la valeur moyenne de la fonction V sur l'intervalle $[0\,;\,0{,}5]$. *(on donnera une valeur approchée du résultat à* 0,01 *près)*