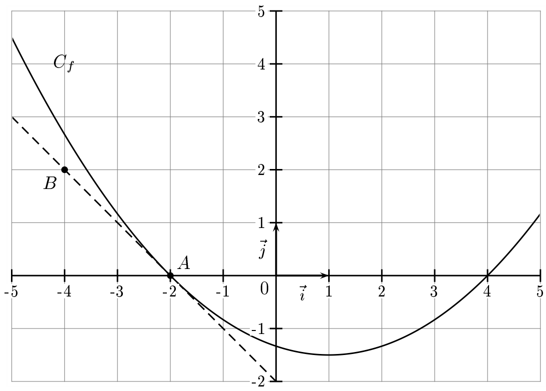
TSTL — DEVOIR À LA MAISON N°3 — Mathématiques

▶ Exercice n°1

1. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 2 - 2x^3$.
   a) Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
   b) Étudier les variations de g sur $]0\,;\,+\infty[$ et calculer $g(1)$.
   c) Expliquer pourquoi on peut affirmer que $g(x) > 0$ si $x \in]0\,;\,1[$ et que $g(x) < 0$ si $x \in]1\,;\,+\infty[$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2}$ et C_f sa courbe dans un repère orthogonal.
   a) Déterminer la limite de f en 0. En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe C_f dont on donnera une équation.
   b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   c) Dériver f et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.
   d) En déduire, grâce au résultat de la question 1. c), le tableau de variations de f.
   e) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.
   f) Existe-t-il un point de la courbe C_f où la tangente est parallèle à D d'équation $y = -2x + 5$? *(justifier votre réponse)*
   g) Montrer que pour tout $x > 0$, on a $f(x) = -2x + 5 - \dfrac{1}{x^2}$. En déduire une primitive F de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

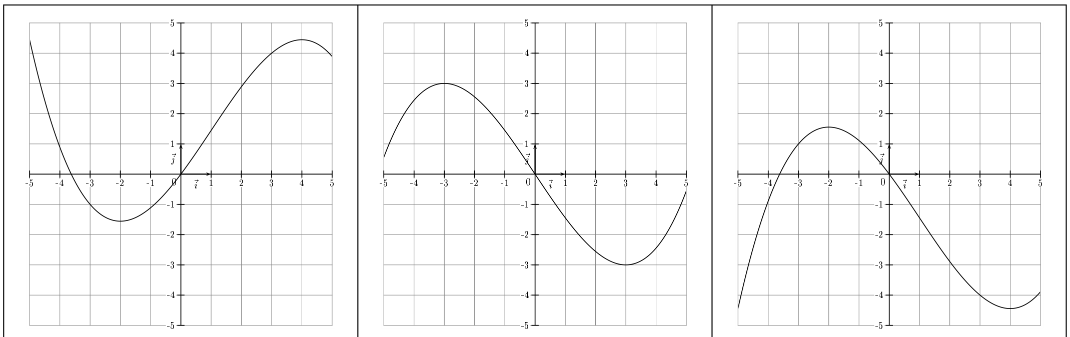
▶ Exercice n°2

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-5\,;\,5]$ dont la courbe C_f est donnée ci-dessous.



On indique de plus que la tangente à C_f au point $A(-2\,;\,0)$ passe par le point $B(-4\,;\,2)$.

1. Déterminer la valeur de $f'(-2)$. *(justifier votre réponse)*
2. Déduire du graphique le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
3. Déterminer, parmi les trois courbes ci-dessous, la seule qui peut-être la représentation graphique d'une primitive F de f sur $[-5\,;\,5]$. *(on justifiera avec précision son choix)*



courbe 1	courbe 2	courbe 3