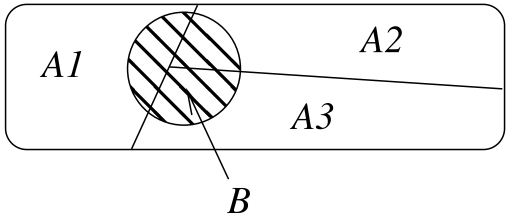
Introduction : Dans le schéma ci-dessous, $A1$, $A2$ et $A3$ sont 3 événements non vides, n'ayant aucune intersection et qui regroupent à eux trois tous les résultats possibles.



Pour tout événement B, on a :

$p(B) =$.

Propriété

Formule des probabilités totales

Si A_1, A_2, $\cdots$, A_n sont des événements non vides deux à deux incompatibles et dont l'union est égale à Ω (on dit alors qu'ils forment une partition de l'univers) alors pour tout événement B :

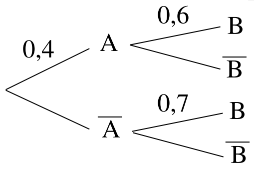
$p(B) = p(A_1 \cap B) + \cdots + p(A_n \cap B) = p(A_1) \times p_{A_1}(B) + \cdots + p(A_n) \times p_{A_n}(B)$

▶ **Règles de construction et d'utilisation des arbres pondérés :**

- Sur les premières branches, on inscrit les $p(A_i)$.
- Sur les branches du type $A_i \to B$, on inscrit les **probabilités conditionnelles** $p_{A_i}(B)$.
- Le produit des probabilités inscrites sur chaque branche d'un chemin donne la probabilité de l'intersection des événements placés sur ce chemin.
- La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1 (loi des nœuds).
- La probabilité d'un événement E est la somme des probabilités des chemins qui aboutissent à E.

▶ **Exemple 1 :**

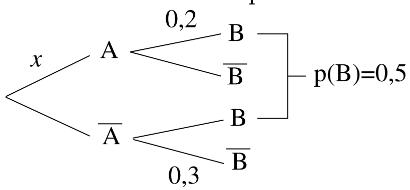
On considère l'arbre pondéré ci-dessous :



1. De quel évènement 0,6 est-il la probabilité ?
2. Compléter les probabilités manquantes sur l'arbre.
3. Calculer $p(A \cap B)$, $p\left(A \cap \overline{B}\right)$, $p\left(\overline{A} \cap B\right)$ et $p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.
4. Calculer $p(B)$.
5. Calculer $p_B(A)$.

▶ **Exemple 2 :**

On considère l'arbre pondéré ci-dessous :



1. Compléter les probabilités manquantes sur l'arbre.
2. Déterminer x pour qu'on ait bien $p(B) = 0{,}5$

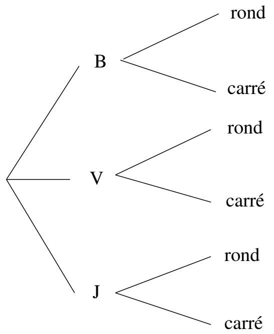
3. Calculer $p\left(\overline{A} \cap B\right)$.

4. Calculer $p_{\overline{B}}(A)$.

5. Calculer $p\left(A \cup B\right)$.

▶ **Exemple 3 :**
Un sac contient des jetons de trois couleurs, la moitié de blancs, le tiers de verts et le sixième de jaunes. 50% des jetons blancs, 30% des jetons verts et 40% des jetons jaunes sont ronds. Tous les autres jetons sont carrés. On tire au hasard un jeton.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Sachant que le jeton tiré est blanc, quelle est la probabilité pour qu'il soit carré ?

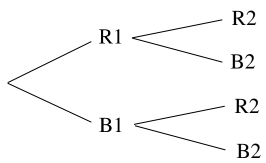
3. Quelle est la probabilité pour que le jeton tiré soit rond ?

4. Sachant que le jeton tiré est rond, quelle est la probabilité pour qu'il soit blanc ?

▶ **Exemple 4 :**
Un sac contient 9 jetons : 5 rouges et 4 bleus. On tire au hasard un jeton, puis un deuxième sans remettre le premier dans le sac. On note :

- R1, l'événement « le premier jeton tiré est rouge »
- R2, l'événement « le deuxième jeton tiré est rouge »
- B1, l'événement « le premier jeton tiré est bleu »
- B2, l'événement « le deuxième jeton tiré est bleu »

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Calculer la probabilité de tirer 2 jetons rouges

3. Calculer la probabilité que le deuxième jeton tiré soit rouge

---

DÉFINITION

• On appelle **épreuve de Bernoulli** toute expérience aléatoire ne présentant que deux issues possibles (contraires l'une de l'autre).
• On appelle **schéma de Bernoulli** toute répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

▶ *Exemple :* Lancer un dé avec pour issues contraires « obtenir un 6 » et « ne pas obtenir un 6 » est une *épreuve* de Bernoulli. Lancer notre pièce 10 fois est un *schéma* de Bernoulli (on répète l'épreuve de Bernoulli) .
Par contre, si on s'intéresse ensemble aux six événements « obtenir le chiffre n » ($1 \leqslant n \leqslant 6$), ce n'est plus une épreuve de Bernoulli.

▶ **Remarques :**
• Les deux issues contraires d'une *épreuve* de Bernoulli se note en général S (pour « succès ») et $\overline{S}$ (ou E pour « échec »). La probabilité que S soit réalisé est noté en général p (la probabilité de $\overline{S}$ est alors $(1-p)$, qui est aussi quelquefois notée q).
• Pour s'assurer que l'on a bien affaire à un *schéma* de Bernoulli, il faut vérifier que chaque expérience prise isolément n'admet que deux issues possibles (contraires l'une de l'autre), que le « succès » a toujours la même probabilité d'apparaître et qu'il y a bien indépendance entre chacune des *épreuves* de Bernoulli successives.