# Primitives

### ▶ Exercice n°1

Déterminer les primitives de $f$ sur $I$ dans les cas suivants :

1. $f(x) = 3x - 4 \quad I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \quad I = \mathbb{R}$
3. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + \dfrac{1}{3} \quad I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x^2} \quad I = ]0; +\infty[$
5. $f(x) = -\dfrac{2}{x^2} \quad I = ]0; +\infty[$
6. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3x^2 + 6 \quad I = ]0; +\infty[$
7. $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}} \quad I = ]0; +\infty[$
8. $f(x) = \dfrac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2} \quad I = \mathbb{R}$
9. $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \sqrt{x}) \quad I = ]0; +\infty[$
10. $f(x) = \dfrac{1}{(2x - 3)^2} \quad I = \left]\dfrac{3}{2}; +\infty\right[$
11. $f(x) = \dfrac{12}{(3x - 2)^2} \quad I = \left]\dfrac{2}{3}; +\infty\right[$
12. $f(x) = \dfrac{4x}{(x^2 + 5)^2} \quad I = \mathbb{R}$
13. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}(5 + 6\sqrt{x}) \quad I = ]0; +\infty[$

### ▶ Exercice n°2

Déterminer $F$, la primitive de $f$ sur $I$ vérifiant la condition donnée, dans les cas suivants :

1. $f(x) = \dfrac{6x}{(x^2 + 1)^2} \qquad F(0) = 1 \qquad I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \dfrac{1}{(x - 1)^2} - \dfrac{1}{(x + 1)^2} \qquad F(2) = 0 \qquad I = ]1; +\infty[$

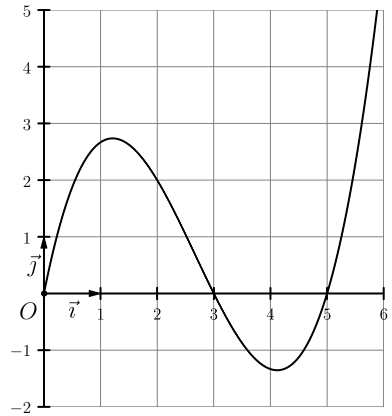
### ▶ Exercice n°3

Soit $f$ la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8x}{(x - 2)^2}$.

1. Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{(x - 2)^2}$, pour tout $x$ de $]2; +\infty[$.
2. En déduire une primitive de $f$ sur $]2; +\infty[$.

### ▶ Exercice n°4

Soit $f$ une fonction dérivable sur $[0\,;\,6]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :




On note $F$ la primitive de $f$ sur $[0\,;\,6]$ telle que $F(2) = 3$.

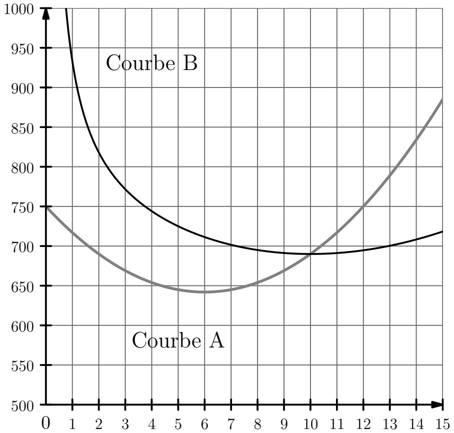
1. Déterminer $F'(0)$, $F'(2)$ et et $F'(3)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la primitive $F$ au point d'abscisse 2.
3. Déterminer le tableau de variations de $F$.

### ▶ Exercice n°5

Une entreprise fabrique $x$ milliers d'objets avec $x \in [0\,;15\,]$.

1. Le coût marginal, en euros, de cette production est définie sur $[0\,;15\,]$ par $C_m(x) = 3x^2 - 36x + 750$.
   Étudier les variations de la fonction coût marginal sur $[0\,;15\,]$.
   En déduire la quantité d'objets à fabriquer pour avoir un coût marginal minimum.
2. Le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total noté $C_T(x)$.
   Déterminer $C_T(x)$ sachant que $C_T(0) = 200$. *(les coûts fixes s'élevant à 200 euros)*

3. Le coût moyen noté $C_M(x)$ est défini pour $x \in ]0\,;15]$ par $C_M(x) = \dfrac{C_T(x)}{x}$.
   a) Exprimer $C_M(x)$ en fonction de $x$.
   b) Dériver la fonction coût moyen et montrer que, pour tout $x \in ]0\,;15]$, on a $C'_M(x) = \dfrac{(2x-20)(x^2+x+10)}{x^2}$.
   c) En déduire le tableau de variations de la fonction coût moyen sur $]0\,;15]$.
4. Dans le graphique ci-dessous sont représentées les fonctions coût marginal et coût moyen :

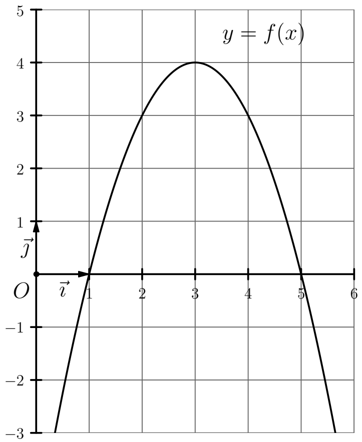



   a) À quelle courbe correspond la fonction coût marginal ? la fonction coût moyen ?
   b) Conjecturer graphiquement la quantité d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit égal au coût marginal. Vérifier par le calcul.

### ► Exercice n°6

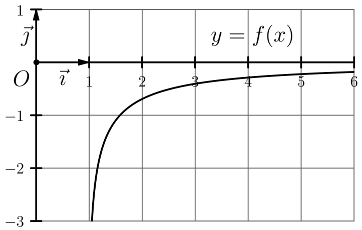
La courbe ci-contre représente une fonction $f$ continue sur $\mathbb{R}$ et on note $F$ une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$.
Déterminer, en justifiant votre réponse, si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* « $F'(3) = 0$ »
- *Proposition 2 :* « $F$ est croissante sur $]1\,;5[$ »
- *Proposition 3 :* « La tangente à la courbe représentative de la primitive $F$ au point d'abscisse 2 admet comme équation $y = 4x$ »
- *Proposition 4 :* « La primitive $F$ est convexe sur $]1\,;5[$ »

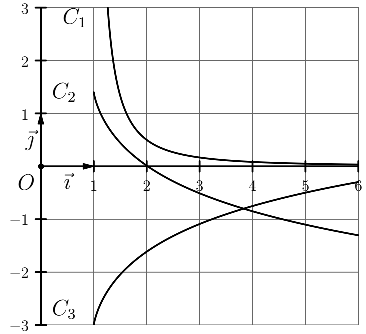



### ► Exercice n°7

La courbe d'une fonction $f$ définie sur $]1\,;+\infty[$ est donnée ci-dessous :




1. Parmi les trois courbes $C_1$, $C_2$ et $C_3$ du graphique ci-dessous, une seule courbe représente la dérivée $f'$. Déterminer laquelle.




2. Parmi les trois courbes $C_1$, $C_2$ et $C_3$ du graphique, une seule courbe représente une primitive $F$ de $f$ sur $]1\,;+\infty[$. Déterminer laquelle.