

► Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \frac{\ln x}{x}$ et C_f sa courbe dans un repère orthogonal.

- Dériver f et construire le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$.
- Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
- Montrer que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[0,1; 1]$, puis donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près par défaut.
- En remarquant que $f(x) = 3 - \frac{1}{x} \times \ln x$, déterminer une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

► Exercice n°2

Une étude prospective prévoit que, chaque mois, la supérette d'une petite ville perde 10% de sa clientèle du mois précédent, mais gagne 50 nouveaux clients. Au mois de janvier 2018, la supérette comptait 1500 clients.

On note :

- U_0 , le nombre de clients au mois de janvier 2018. On a donc $U_0 = 1500$.
- U_1 , le nombre prévisible de clients au mois de février 2018, selon ce modèle.
- U_2 , le nombre prévisible de clients au mois de mars 2018, selon ce modèle.
- ...
- U_n , le nombre prévisible de clients au cours du $n^{\text{ème}}$ mois qui suit janvier 2018, selon ce modèle.

- Expliquer pourquoi on peut affirmer que, pour tout entier positif n , $U_{n+1} = 0,9 \times U_n + 50$.
- On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 500$.
 - Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - Calculer V_0 et exprimer V_n en fonction de n .
 - Montrer que, pour tout entier positif n , $U_n = 500 + 1000 \times 0,9^n$.
 - Quel devrait-être le nombre de clients de la supérette en juin 2018 selon ce modèle? (on arrondira le résultat à une unité près)
 - Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
 - Montrer que, pour tout entier positif n , $U_{n+1} - U_n = -100 \times 0,9^n$. En déduire le sens de variation de la suite (U_n) .
 - Déterminer le plus petit entier n tel que $U_n < 600$.
- Montrer que $V_0 + V_1 + \dots + V_{10} + V_{11} \approx 7176$ (à une unité près).
 - En déduire le nombre total de clients qui devraient fréquenter la supérette durant l'année 2018 selon ce modèle. (on donnera le résultat à une unité près)

► Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \frac{\ln x}{x}$ et C_f sa courbe dans un repère orthogonal.

- Dériver f et construire le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$.
- Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
- Montrer que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[0,1; 1]$, puis donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près par défaut.
- En remarquant que $f(x) = 3 - \frac{1}{x} \times \ln x$, déterminer une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

► Exercice n°2

Une étude prospective prévoit que, chaque mois, la supérette d'une petite ville perde 10% de sa clientèle du mois précédent, mais gagne 50 nouveaux clients. Au mois de janvier 2018, la supérette comptait 1500 clients.

On note :

- U_0 , le nombre de clients au mois de janvier 2018. On a donc $U_0 = 1500$.
- U_1 , le nombre prévisible de clients au mois de février 2018, selon ce modèle.
- U_2 , le nombre prévisible de clients au mois de mars 2018, selon ce modèle.
- ...
- U_n , le nombre prévisible de clients au cours du $n^{\text{ème}}$ mois qui suit janvier 2018, selon ce modèle.

- Expliquer pourquoi on peut affirmer que, pour tout entier positif n , $U_{n+1} = 0,9 \times U_n + 50$.
- On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 500$.
 - Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - Calculer V_0 et exprimer V_n en fonction de n .
 - Montrer que, pour tout entier positif n , $U_n = 500 + 1000 \times 0,9^n$.
 - Quel devrait-être le nombre de clients de la supérette en juin 2018 selon ce modèle? (on arrondira le résultat à une unité près)
 - Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
 - Montrer que, pour tout entier positif n , $U_{n+1} - U_n = -100 \times 0,9^n$. En déduire le sens de variation de la suite (U_n) .
 - Déterminer le plus petit entier n tel que $U_n < 600$.
- Montrer que $V_0 + V_1 + \dots + V_{10} + V_{11} \approx 7176$ (à une unité près).
 - En déduire le nombre total de clients qui devraient fréquenter la supérette durant l'année 2018 selon ce modèle. (on donnera le résultat à une unité près)