TES | Devoir à la maison n°4 | Mathématiques

▶ Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x\,(\ln x - 1)$ et C_f sa courbe dans un repère orthonormé..

1. Montrer que C_f admet un seul point d'intersection avec l'axe des abscisses. Préciser les coordonnées ce point d'intersection.
2. Dériver f.
3. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
4. Montrer qu'il existe un point de la courbe C_f en lequel la tangente admet un coefficient directeur égal à 6. *(on indiquera uniquement l'abscisse du point)*
5. En calculant la dérivée seconde de f, déterminer si f est convexe ou concave sur $]0;+\infty[$.
6. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 \ln x - \dfrac{3}{2}x^2$ est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

▶ Exercice n°2

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -(\ln x)^2 + 2\ln x + 3$.

1. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1 - \ln x \geqslant 0$.

   b) Dériver f et montrer que $f'(x) = \dfrac{2(1-\ln x)}{x}$.

   c) Déduire des deux questions précédentes le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

TES | Devoir à la maison n°4 | Mathématiques

▶ Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x\,(\ln x - 1)$ et C_f sa courbe dans un repère orthonormé..

1. Montrer que C_f admet un seul point d'intersection avec l'axe des abscisses. Préciser les coordonnées ce point d'intersection.
2. Dériver f.
3. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
4. Montrer qu'il existe un point de la courbe C_f en lequel la tangente admet un coefficient directeur égal à 6. *(on indiquera uniquement l'abscisse du point)*
5. En calculant la dérivée seconde de f, déterminer si f est convexe ou concave sur $]0;+\infty[$.
6. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 \ln x - \dfrac{3}{2}x^2$ est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

▶ Exercice n°2

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -(\ln x)^2 + 2\ln x + 3$.

1. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1 - \ln x \geqslant 0$.

   b) Dériver f et montrer que $f'(x) = \dfrac{2(1-\ln x)}{x}$.

   c) Déduire des deux questions précédentes le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.