TES/TL — Devoir à la maison n°2 — Mathématiques

► Exercice n°1

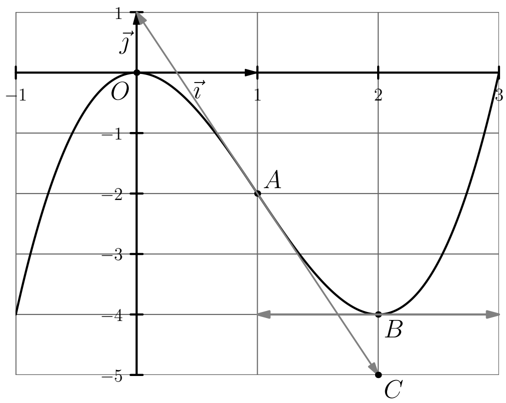
Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;\,2[$ par $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2}{2x-4}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Dériver f et montrer que, pour tout $x<2$, $f'(x)=\dfrac{4x\left(x^2-6x+12\right)}{(2x-4)^2}$.
2. En déduire le tableau de variations de f sur $]-\infty\,;\,2[$. *(l'étude du signe de la dérivée devra être pleinement justifiée)*
3. Déterminer une équation de T, la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
4. Peut-on trouver un x dans $]-\infty\,;\,2[$ tel que $f(x)<0$. *(justifier sa réponse)*

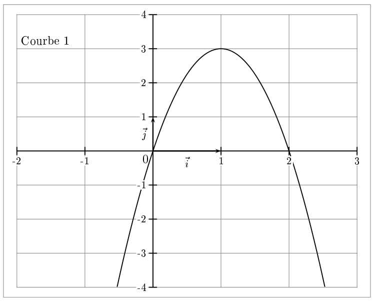
► Exercice n°2

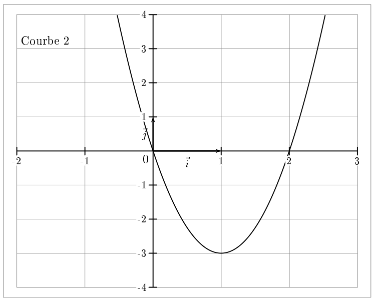
Dans le graphique ci-dessous figure la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[-1\,;\,3]$.
On sait de plus que :

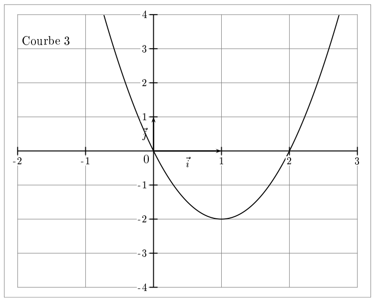
- la courbe passe par le point B de coordonnées $(2\,;\,-4)$ et la tangente à la courbe en ce point est horizontale ;
- la courbe passe par le point A de coordonnées $(1\,;\,-2)$ et la tangente à la courbe en ce point passe par le point C de coordonnées $(2\,;\,-5)$.



1. Déterminer d'après le graphique les valeurs de $f'(2)$ et $f'(1)$.
2. Parmi les trois courbes ci-dessous, une seule représente la dérivée de f. Préciser laquelle, en justifiant avec précision ce qui permet d'éliminer les deux autres courbes.







3. À l'aide de la courbe de la dérivée déterminée à la question précédente, préciser, en utilisant le sens de variation de f', les intervalles où la fonction f est concave et convexe.

► Exercice n°3

Soit C la fonction définie sur $[0;10]$ par $C(x)=x^3-12x^2+72x+100$.

1. a) Déterminer la dérivée seconde de C. En déduire le tableau de variations de la dérivée C'.
   b) D'après le résultat de la question précédente, déterminer les intervalles où la fonction C est concave et convexe.
2. La fonction C représente en fait le « coût total » de production, en milliers d'euros, de x milliers d'objets produits dans une certaine usine. Comme cela se pratique couramment en économie, on assimile le « coût marginal » à la dérivée de la fonction « coût total » C.
   Recopier et compléter les phrases suivantes par les termes « croissante » ou « décroissante » :
   - Quand la fonction « coût total » C est convexe sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est .... sur cet intervalle.
   - Quand la fonction « coût total » C est concave sur un intervalle alors la fonction « coût marginal » C' est .... sur cet intervalle.