Fonctions

▶ Exercice n°1

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2-3}{x-2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Calculer les images par f de 3 et -1 .
3. Déterminer le(s) antécédent(s) éventuel(s) par f de 0.
4. Déterminer le(s) antécédent(s) éventuel(s) par f de 4.
5. Déterminer les réels m qui n'admettent qu'un unique antécédent par f.

▶ Exercice n°2

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[0\,;\,7]$.

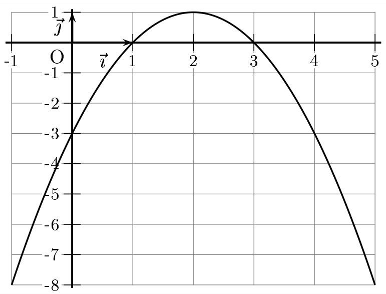
x	0		4		7
$f(x)$	2	↘	-3	↗	-1

Déterminer, en justifiant votre réponse, si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* $f(2) \geqslant f(3)$
- *Proposition 2 :* $f(-3) = 4$
- *Proposition 3 :* l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $[0\,;\,7]$
- *Proposition 4 :* -3 est un minimum de f sur $[0\,;\,7]$

▶ Exercice n°3

Soit f la fonction définie sur $[-1;5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de -3 par f.
3. Dans quel intervalle varie $f(x)$ quand x varie dans $[-1;5]$?
4. Résoudre graphiquement dans $[-1;5]$ les équations suivantes :
   a) $f(x) = 0$
   b) $f(x) = 2$
   c) $f(x) = 1$
   d) $f(x) = x - 3$
5. Résoudre graphiquement dans $[-1;5]$ les inéquations suivantes :
   a) $f(x) \geqslant 0$
   b) $f(x) \geqslant x - 3$

▶ Exercice n°4

Compléter les inégalités suivantes :

1. Si $2 < x < 5$ alors $\dots < x^3 < \dots$ et $\dots < \dfrac{1}{x^3} < \dots$
2. Si $1 \leqslant x \leqslant 3$ alors $\dots \leqslant \sqrt{x} \leqslant \dots$ et $\dots \leqslant -4\sqrt{x} \leqslant \dots$
3. Si $-4 \leqslant x \leqslant -1$ alors $\dots \leqslant x^2 \leqslant \dots$.

   Donc, $\dots \leqslant x^2 + 4 \leqslant \dots$ et $\dots \leqslant \sqrt{x^2+4} \leqslant \dots$
4. Si $-12 \leqslant -\dfrac{3}{x} \leqslant -3$ alors $\dots \leqslant \dfrac{1}{x} \leqslant \dots$ donc $\dots \leqslant x \leqslant \dots$
5. Si $-1 \leqslant 4 - \sqrt{x} \leqslant 2$ alors $\dots \leqslant -\sqrt{x} \leqslant \dots$.

   Donc, $\dots \leqslant \sqrt{x} \leqslant \dots$ et $\dots \leqslant x \leqslant \dots$

▶ Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 - 1}{x-2}$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$.
Étudier la position relative des les courbes représentatives de f et g sur $\mathbb{R} - \{2\}$.

▶ Exercice n°6

Soit f la fonction définie sur $]-2\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5x}{4x+8}$.

Étudier la position relative de la courbe C_f et de la droite D d'équation $y = \dfrac{5}{4}$.

▶ **Exercice n°7**

Déterminer la valeur absolue des réels suivants :

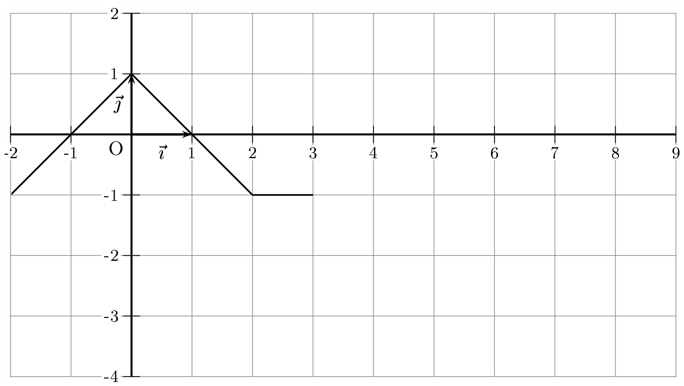
$-\sqrt{2}$; $-\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{3}{4}$; $4-\sqrt{2}$; $\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}$; $2-\dfrac{\pi}{4}$; $-\dfrac{2\pi}{3}$; $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

▶ **Exercice n°8**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|2x-4|-|3x+1|$.
Calculer $f(0)$, $f(-2)$ et $f(8)$.

▶ **Exercice n°9**

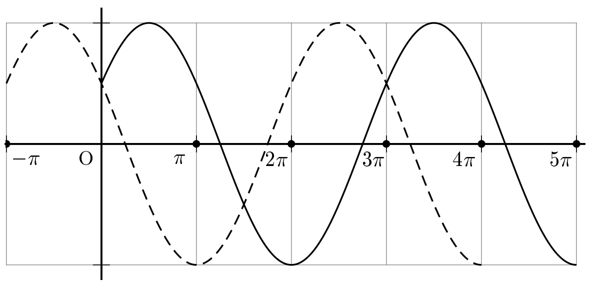
On considère la fonction f définie sur $[-2\,;\,3]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :



1. Construire sur le graphique la courbe de la fonction g définie par $g(x)=f(x)-3$.
2. Construire sur le graphique la courbe de la fonction h définie par $h(x)=f(x-6)$.
3. Construire sur le graphique la courbe de la fonction i définie par $i(x)=|f(x)|$.

▶ **Exercice n°10**

Dans la figure ci-dessous :



- la courbe en trait continu représente une fonction f
- la courbe en pointillé représente une fonction g définie par $g(x)=f(x+\lambda)$

Déterminer d'après le graphique la valeur de λ.

▶ **Exercice n°11**

Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=x+\sqrt{x}$.

1. Montrer que, si $0\leqslant a<b$, alors $a+\sqrt{a}<b+\sqrt{b}$. Que peut-on en déduire sur le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;+\infty[$?
2. On cherche à créer un algorithme qui permette de compléter automatiquement le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y=f(x)$											

Pour cela, on utilise le principe suivant : pour chaque valeur de x, on calcule la valeur correspondante de y et on augmente la valeur de x de 0,5 **tant que** la fin du tableau n'est pas atteinte.
Compléter les lignes 3, 5 et 10 pour que l'algorithme ci-dessous réponde au problème :

```
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   x ← 0
3:   TANT_QUE (x............)
4:     DEBUT_TANT_QUE
5:     y ← ......................
6:     AFFICHER "Si x vaut "
7:     AFFICHER x
8:     AFFICHER " alors y vaut "
9:     AFFICHER y
10:    x ← x+..................
11:    FIN_TANT_QUE
12: FIN_ALGORITHME
```

▶ **Exercice n°12**

On considère la proposition suivante : « Si f est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$ alors, pour tout x, $f(x)$ est positif ».

1. Exprimer la **négation** de cette proposition.
2. Exprimer la **réciproque** de cette proposition.
3. La proposition est-elle vraie ?
4. La réciproque de la proposition est-elle vraie ?