

Géométrie analytique

► Exercice n°1

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les vecteurs :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Déterminer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} - \vec{v}$; $\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w}$ et $3\vec{u} - 2\vec{v}$.

► Exercice n°2

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ou non dans les cas suivants :

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 4 \end{pmatrix}$

2. $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 3\sqrt{2} \end{pmatrix}$

3. $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$

► Exercice n°3

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points :

$$A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } D \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{BD} , $3\vec{BC}$ et $-2\vec{BC} + 3\vec{AD}$.

► Exercice n°4

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer si les points A , B et C sont alignés ou non dans les cas suivants :

1. $A \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$

2. $A \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $C \begin{pmatrix} \frac{17}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$

► Exercice n°5

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points :

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ et } D \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer les coordonnées des points E et F tels que $\vec{BE} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ et $\vec{AF} = 3\vec{AD}$.

2. Les points C , E et F sont-ils alignés ?

► Exercice n°6

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\vec{JM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et N le point tel que $\vec{IN} = \frac{3}{4}\vec{AD}$.

On se place dans le repère (A, \vec{AB}, \vec{AD}) .

1. Déterminer les coordonnées des points I, J, M et N .

2. Montrer que les points A, M, N sont alignés et que les droites (DM) et (BN) sont parallèles.

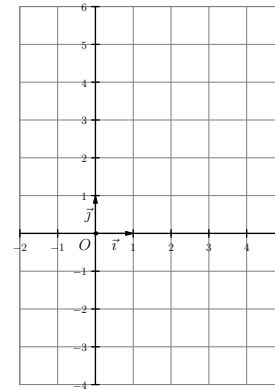
► Exercice n°7

Tracer les droites suivantes dans le repère ci-dessous :

• D_1 passant par $A \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

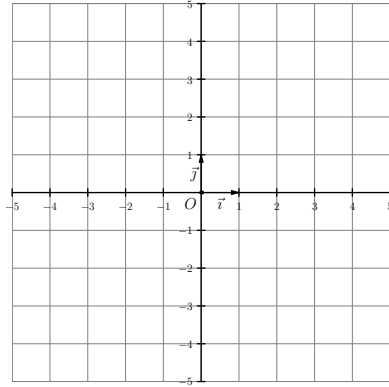
• D_2 passant par $B \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

• D_3 passant par $C \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.



► **Exercice n°8**

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites $D_1 : x+2y+4 = 0$, $D_2 : 2x-3y+3 = 0$, $D_3 : x = 4$ et $D_4 : y = 3$.



► **Exercice n°9**

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer une équation cartésienne de la droite D passant $A \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

► **Exercice n°10**

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par les points A et B dans les cas suivants :

1. $A \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$
2. $A \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$

► **Exercice n°11**

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère D la droite d'équation $-\sqrt{2}x + 4y + 1 = 0$ et D' la droite d'équation $4x - 8\sqrt{2}y + 3 = 0$.

1. Déterminer un vecteur directeur de D et D' .
2. Déterminer si les droites D et D' sont parallèles ou non.

► **Exercice n°12**

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le point $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et D la droite d'équation $3x + 2y - 1 = 0$. Déterminer une équation de la droite D' parallèle à D et passant par A .

► **Exercice n°13**

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le carré $ABCD$ avec :

$$A \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ et } D \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

1. Déterminer les coordonnées des points F , E et G tels que :
 - F soit le milieu de $[AD]$;
 - $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$;
 - $FAEG$ soit un parallélogramme.
2. Déterminer une équation cartésienne des droites (DE) et (CG) .
3. En déduire que le point $I \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartient aux droites (DE) et (CG) .
4. Montrer que les points F , I et B sont alignés et que la droite (IB) est parallèle à l'axe des abscisses.
5. Déterminer une équation cartésienne de la droite \mathcal{D} passant par le point I et parallèle à la droite (AB) .
6. Déterminer les coordonnées du point J , intersection de la droite \mathcal{D} et de l'axe des ordonnées.
7. Expliquer, sans calculs, pourquoi les droites (IJ) et (BC) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (CJ) et (IB) .
8. En déduire, sans calculs, que les droites (BJ) et (CG) sont perpendiculaires.

► **Exercice n°14**

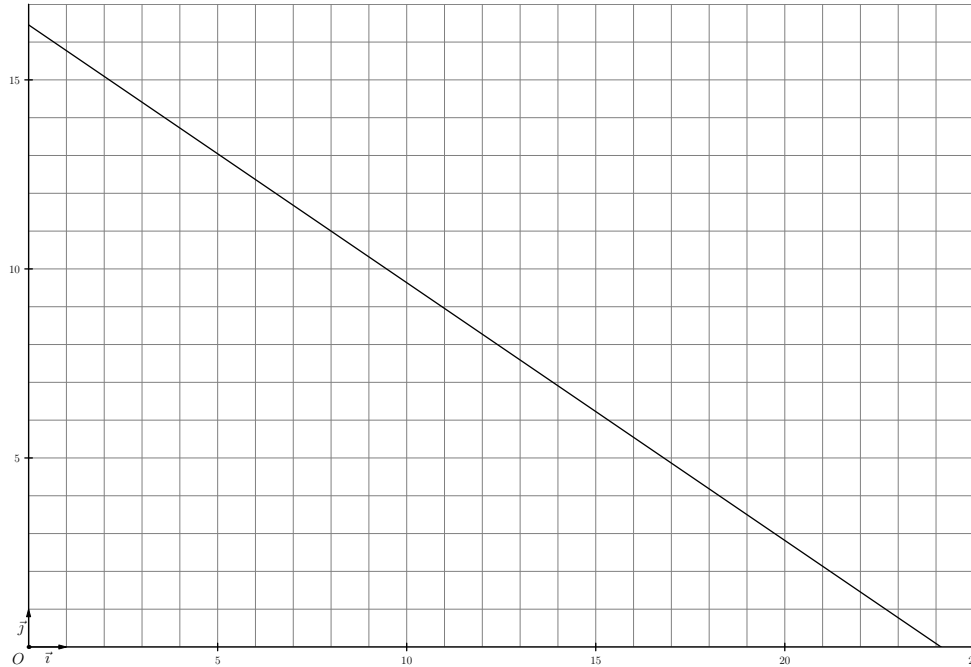
Durant une année un individu a acheté n DVD valant 15 euros pièce et p livres valant 22 euros pièce pour un montant total de 362 euros. On cherche à déterminer les valeurs possibles de n et p .

Première analyse du problème :

1. Quelle relation lie n et p ?
2. Justifier que n est nécessairement inférieur à 25.

Approche graphique :

1. Dans le plan muni d'un repère, on considère les points d'abscisse n et d'ordonnée p pouvant répondre au problème. Justifier que ces points sont situés sur une droite D dont on donnera une équation.
2. La droite D est représentée ci-dessous :



D'après le graphique, il semble que que l'on puisse avoir $n = 5$ et $p = 13$.
Est-ce réellement le cas ?

Approche algorithmique :

Pour déterminer, de façon plus rigoureuse, les valeurs possibles de n et p , on cherche à utiliser un algorithme basé sur le principe suivant :

Pour toutes les abscisses entières x possibles sur la droite D , on calcule l'ordonnée y du point de la droite d'abscisse x et, si y est un entier, on affiche x .

Compléter les lignes 5, 7 et 8 de l'algorithme AlgoBox ci-contre pour qu'il réponde au problème :

Note technique : pour déterminer si un nombre est un entier, on peut utiliser la fonction partie entière dont la syntaxe est `floor()` dans AlgoBox.

```
1: VARIABLES
2: x EST_DU_TYPE NOMBRE
3: y EST_DU_TYPE NOMBRE
4: DEBUT_ALGORITHME
5:   POUR x ALLANT_DE ... A ...
6:     DEBUT_POUR
7:       y PREND_LA_VALEUR .....
8:       SI (.....) ALORS
9:         DEBUT_SI
10:        AFFICHER x
11:        FIN_SI
12:      FIN_POUR
13: FIN_ALGORITHME
```