Second degré

▶ Exercice n°1
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^2 - x - 6 = 0$
2. $x^2 - 10x + 22 = 0$
3. $x^2 + 3x - 5 = 0$
4. $4x^2 + 2x + 5 = 0$
5. $x^2 - 7x + 1 = 0$
6. $2x^2 + 3x + 4 = 0$
7. $-8x^2 + 6x - 1 = 0$
8. $-2x^2 + 5x - 13 = 0$
9. $x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 = 0$
10. $6x^2 + 5x = 4$
11. $x^2 + \dfrac{5}{2}x + 1 = 0$

▶ Exercice n°2
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $(2x+3)(4x-1) = 5x + 7$
2. $x + 1 = \dfrac{1}{x}$
3. $\dfrac{3x-5}{5x-7} = x$
4. $(x+1)(x+2) = (x+3)(x+4) + (x+5)(x+6)$

▶ Exercice n°3
Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$
2. $f(x) = -2x^2 - x + 15$

▶ Exercice n°4
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $-x^2 + 9x + 10 \leqslant 0$
2. $x^2 + x + 1 < 0$
3. $-3x^2 + 4x - 7 \leqslant 0$
4. $\dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 2} < 0$
5. $\dfrac{-3x^2 + 4x - 1}{2x^2 + 7x + 3} \geqslant 0$
6. $\dfrac{3x^2 + 8x - 11}{2x^2 + 5x - 7} \geqslant 1$

▶ Exercice n°5
Factoriser $f(x)$ dans les cas suivants :

1. $f(x) = 2x^2 - 9x - 5$
2. $f(x) = -3x^2 + 11x - 8$
3. $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{5}{2}x - 12$

▶ Exercice n°6
Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{8x^2 - 14x + 5}$.

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles f est définie.
2. Factoriser le numérateur et le dénominateur de $f(x)$. En déduire une expression simplifiée de $f(x)$.

▶ Exercice n°7
Déterminer les réels u et v vérifiant les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} u + v = 3 \\ uv = -10 \end{cases}$
2. $\begin{cases} u + v = -8 \\ uv = 16 \end{cases}$
3. $\begin{cases} u + v = 5 \\ uv = 8 \end{cases}$
4. $\begin{cases} u + v = 4 \\ uv = 1 \end{cases}$

▶ Exercice n°8
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
2. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$
3. $x^4 - x^2 = 2$

4. $x^3 + \dfrac{784}{x} = 65x$
5. $x - 6 = 5\sqrt{x}$
6. $\sqrt{2x-1} = 1 - 2x$
7. $\sqrt{x^2-8} - 2x = -5$

▶ Exercice n°9

Déterminer tous les couples de réels $(u{,}v)$ tels que $\begin{cases} u+v=-1 \\ \dfrac{1}{u}+\dfrac{1}{v}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

▶ Exercice n°10

Deux réels u et v sont tels que $\begin{cases} u^2+v^2=34 \\ uv=-15 \end{cases}$

1. En exprimant $(u+v)^2$ en fonction de u^2+v^2, déterminer les valeurs possibles de $u+v$.
2. En déduire tous les couples $(u{,}v)$ vérifiant le système initial.

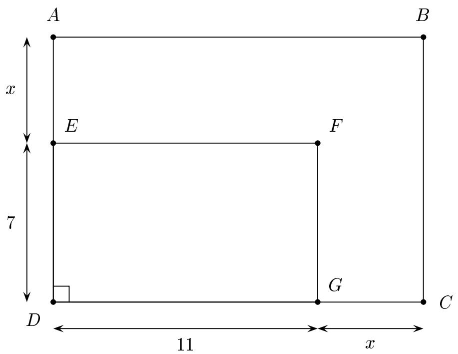
▶ Exercice n°11

On considère l'équation suivante : $x^2 - mx + 1 = 0$ (m étant un paramètre réel)

1. Déterminer les valeurs que m doit prendre pour que l'équation n'admette qu'une seule solution.
2. Déterminer les valeurs que m doit prendre pour que l'équation n'admette aucune solution.

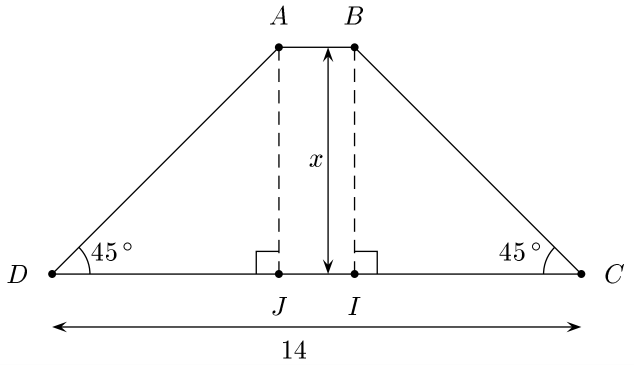
▶ Exercice n°12

Dans la figure (indicative) ci-dessous, $ABCD$ et $DEFG$ sont des rectangles.
Calculer x pour que l'aire du rectangle $ABCD$ soit égale à $117\,\text{cm}^2$.



▶ Exercice n°13

Dans la figure (indicative) ci-dessous, $ABCD$ est un trapèze tel que la distance DC soit égale à 14 cm. On pose $x = BI$.
Calculer la distance AB en fonction de x et déterminer x pour que l'aire du trapèze soit égale à $45\,\text{cm}^2$.

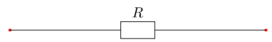


▶ Exercice n°14

• *Résistances en série :*

Un dipôle comportant deux résistors en série de résistance R_1 et R_2 :

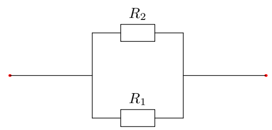
est équivalent à un dipôle comportant un seul résistor de résistance R :



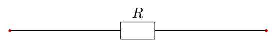
avec $R = R_1 + R_2$ *(R est appelé résistance équivalente du dipôle).*

• *Résistances en parallèle :*

Un dipôle comportant deux résistors en parallèle de résistance R_1 et R_2 :

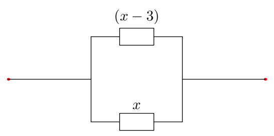


est équivalent à un dipôle comportant un seul résistor de résistance R :



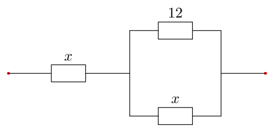
avec $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$ *(R est appelé résistance équivalente du dipôle).*

1. Deux résistors de résistance x ohms et $(x-3)$ ohms sont montés en parallèle :



   Calculer x pour que la résistance équivalente soit égale à 2 ohms.

2. Deux résistors de résistance x ohms et un résistor de résistance 12 ohms sont montés de la façon suivante :



   Calculer x pour que la résistance équivalente soit égale à 10 ohms.

► Exercice n°15

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$.
Compléter la ligne 11 pour que l'algorithme AlgoBox[1] ci-dessous soit correct :

```
 1: VARIABLES
 2: a EST_DU_TYPE NOMBRE
 3: b EST_DU_TYPE NOMBRE
 4: c EST_DU_TYPE NOMBRE
 5: delta EST_DU_TYPE NOMBRE
 6: DEBUT_ALGORITHME
 7:   LIRE a
 8:   LIRE b
 9:   LIRE c
10:   delta PREND_LA_VALEUR b*b-4*a*c
11:   SI (....................) ALORS
12:     DEBUT_SI
13:     AFFICHER "f(x) est toujours strictement positif"
14:     FIN_SI
15:   SINON
16:     DEBUT_SINON
17:     AFFICHER "f(x) n'est pas toujours strictement positif"
18:     FIN_SINON
19: FIN_ALGORITHME
```

1. Le programme AlgoBox peut-être téléchargé gratuitement à l'adresse : http://www.xm1math.net/algobox/download.html

Cet algorithme, ainsi qu'un algorithme général de résolution des équations du second degré, est disponible à l'adresse :
http://www.xm1math.net/textes/premiereS.html

► Exercice n°16

Déterminer si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* Dire que « $x^2 > 4$ » équivaut à dire que « $x > 2$ »
- *Proposition 2 :* « $x > 2$ » est une condition suffisante pour que « $x^2 > 4$ »
- *Proposition 3 :* « $x > 2$ » est une condition nécessaire pour que « $x^2 > 4$ »