▶ Exercice n°1

Le coût total, en milliers d'euros, nécessaire à la production de x tonnes d'un certain produit est défini par $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 36}{x+2}$ (pour $x > 0$).

1. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$.
2. En déduire la production pour laquelle le coût total est minimal.
3. On note C_f, la courbe représentative de f dans un repère orthogonal. Existe-t-il un point de la courbe C_f où la tangente admet un coefficient directeur égal à 1 ?

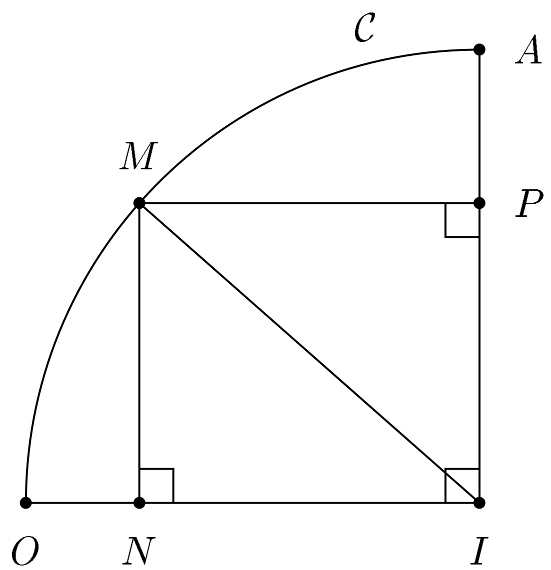
▶ Exercice n°2

PARTIE A

1. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $g(x) = \sqrt{2} - 2\sqrt{x}$.
   a) Dériver g et justifier que g est strictement décroissante sur $]0\,;\,1]$.
   b) Vérifier que $g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\left]0\,;\,\dfrac{1}{2}\right[$ et sur $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,1\right]$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $f(x) = \sqrt{2} \times \sqrt{x} + 1 - x$.
   a) Dériver f et montrer que, pour tout $0 < x \leqslant 1$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2\sqrt{x}}$.
   b) En déduire le tableau de variations de f sur $]0\,;\,1]$.

PARTIE B

Dans la figure ci-dessous : $IO = IA = 1$, $(IO) \perp (IA)$, $\mathcal{C}$ est le quart de cercle de centre I et de rayon 1 délimité par O et A, M est un point de $\mathcal{C}$ (distinct de O) qui se projette orthogonalement en N sur (OI) et en P sur (IA).



On note x la distance ON.

1. Montrer que $OM^2 = 2x$.
2. En déduire que $OM + MP = f(x)$ où f est la fonction définie à la partie A.
3. En utilisant le tableau de variations de f établi à la partie A, préciser la valeur que doit prendre x pour que la somme des distances $OM + MP$ soit maximale.