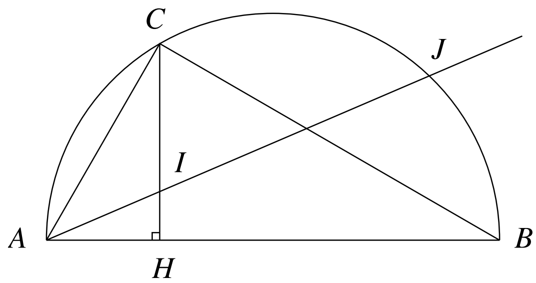
▶ Exercice n°1

Dans un repère orthonormé d'unité 1 cm on considère les points :
$A\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   En déduire les distances AB et AC et le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. En déduire la valeur de $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$, puis celle de $\sin \widehat{BAC}$.
3. Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).
   À l'aide de la question précédente, calculer la distance CH.
   En déduire l'aire du triangle ABC.

▶ Exercice n°2

Dans la figure ci-dessous :
ABC est un triangle rectangle en C.
H est le projeté orthogonal de C sur (AB).
Une droite passant par A coupe (CH) en I et le cercle de diamètre $[AB]$ en J.



1. a) Recopier et compléter la phrase ci-dessous :
   …… est le projeté orthogonal de …… sur (AB). Donc, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$.

   b) Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}$. En déduire, à l'aide de la question précédente, que $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = AC^2$.
2. Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AI}$ et que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$.
3. Déduire des résultats précédents que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ} = AC^2$.

▶ Exercice n°3

Une urne contient 4 jetons noirs et n jetons blancs (n étant un entier positif). Un joueur tire au hasard, successivement et avec remise, deux jetons dans l'urne.

1. Construire un arbre pondéré correspondant à la situation.
   (les probabilités seront exprimés en fonction de n)
2. Pour chaque jeton blanc tiré, on gagne 2 euros, mais on perd 3 euros pour chaque jeton noir tiré. Ainsi,
   - si on obtient 2 jetons blancs, on gagne 4 euros $(2 + 2 = 4)$;
   - si on obtient 1 jeton blanc et 1 jeton noir, on perd 1 euro $(2 + (-3) = -1)$;

   a) Combien perd-on si on obtient 2 jetons noirs ?

   b) On note X la variable aléatoire correspondant au gain mathématique d'un joueur.
   Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance (en fonction de n).

   c) Déterminer la valeur que doit prendre n pour que l'espérance soit nulle, c'est à dire que le jeu soit équitable.