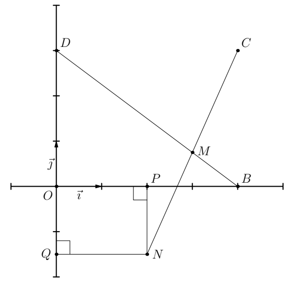
▶ Exercice n°1

Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points $B\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Pour tout réel k quelconque compris entre 0 et 1, on note :

- M, le point tel que $\overrightarrow{BM} = k\,\overrightarrow{BD}$;
- N, le point tel que M soit le milieu de $[CN]$;
- P, le projeté orthogonal de N sur l'axe des abscisses ;
- Q, le projeté orthogonal de N sur l'axe des ordonnées ;

(La figure ci-contre est uniquement indicative - les calculs doivent être effectués avec k quelconque)



1. Déterminer, en fonction du paramètre k, les coordonnées de M, puis celles de N, P et Q.
2. En déduire que, quelque soit la valeur du paramètre k, les points Q, P et M restent toujours alignés.

▶ Exercice n°2

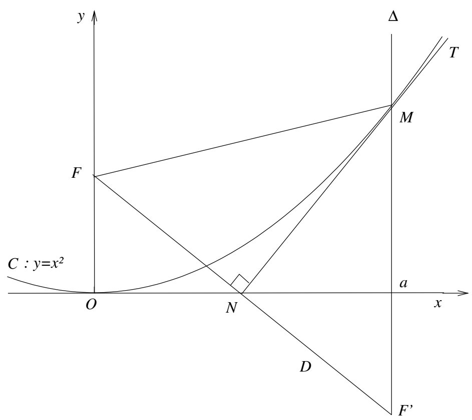
Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ d'unité 1 cm, on considère les points $A\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$.

On note H le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OAB.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BA).
2. Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{D}$, la hauteur issue de O dans le triangle OAB.
3. Déduire des deux questions précédentes les coordonnées du point H.
4. Calculer la distance OH.
5. On note I, le milieu de $[OH]$. La droite (AI) est-elle perpendiculaire à la droite (CH) ?

▶ Exercice n°3

Soit C la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ dans un repère orthonormé.
Pour tout réel a non nul, on note M le point de la courbe d'abscisse a et T la tangente à la courbe en ce point.



1. Montrer qu'une équation cartésienne de la tangente T est $2ax - y - a^2 = 0$.
2. Déterminer (en fonction de a) les coordonnées du point N, intersection de T avec l'axe des abscisses.
3. Déterminer (en fonction de a) une équation cartésienne de D, la droite orthogonale à la tangente T passant par N.
4. En déduire les coordonnées du point F, intersection de D avec l'axe des ordonnées, et du point F', intersection de D avec la droite Δ d'équation $x = a$.
5. Montrer que la tangente T est la médiatrice du segment $[FF']$?

Remarque : cela prouve que les droites (MF) et Δ sont symétriques par rapport à la tangente T et, donc, que tout rayon (symbolisé par la droite Δ) se propageant parallèlement à l'axe de la parabole se réfléchit en un rayon (symbolisé par la droite (MF)) qui passe par le point fixe F appelé foyer de la parabole. Cette propriété est notamment utilisée dans les antennes paraboliques.