

Géométrie analytique

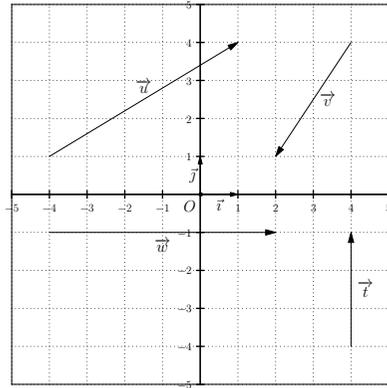
► Exercice n°1

Le plan étant muni d'une base (\vec{i}, \vec{j}) , compléter les équivalences suivantes :

- $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = (\dots\dots)\vec{i} + (\dots\dots)\vec{j}$
- $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -4\vec{i} + 6\vec{j}$
- $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -3\vec{j}$

► Exercice n°2

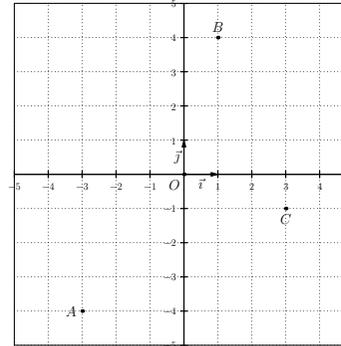
Le plan étant muni de la base (\vec{i}, \vec{j}) , déterminer graphiquement les coordonnées de \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} et \vec{t} .



► Exercice n°3

Le plan étant muni de la base (\vec{i}, \vec{j}) , placer sur le graphique ci-dessous :

- Le représentant du vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ partant du point A.
- Le représentant du vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ partant du point B.
- Le représentant du vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ partant du point C.



► Exercice n°4

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{w} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$ dans une base du plan.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\vec{u} + \vec{v} ; \vec{u} - \vec{v} ; \vec{u} + \vec{v} + \vec{w} ; \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w} ; 3\vec{u} - 2\vec{v} ; 4\vec{w} - \frac{1}{2}\vec{v}$$

► Exercice n°5

Le plan étant muni d'une base, déterminer si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires dans les cas suivants :

- | | | | |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ | b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\vec{v} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 4 \end{pmatrix}$ |
| c) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ | d) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ |

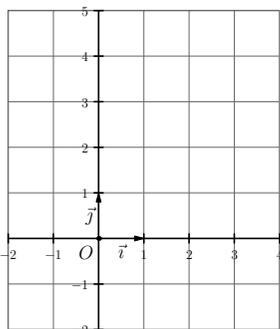
► Exercice n°6

Le plan étant muni d'une base orthonormée, calculer la norme de \vec{u} dans les cas suivants :

- | | | |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ | b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ | c) $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -1 \end{pmatrix}$ |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|

► Exercice n°7

- Dans le repère ci-dessous, placer les points A $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, B $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et C $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.



- Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} , \vec{AC} et \vec{CB} .
- Quelle est la nature du quadrilatère $OABC$?

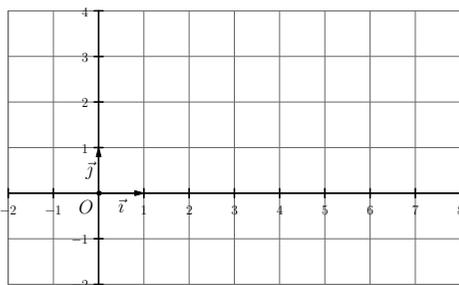
► **Exercice n°8**

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

- | | | |
|----------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| a) \vec{AB} | b) \vec{AC} | c) \vec{BD} |
| d) $3\vec{BC}$ | e) $-2\vec{BC} + 3\vec{AD}$ | f) $2\vec{DB} - \frac{1}{2}\vec{AB}$ |

► **Exercice n°9**

- Dans le repère ci-dessous, placer les points $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.



- Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

- Déterminer les coordonnées du point E tel que $ADEC$ soit un parallélogramme.

► **Exercice n°10**

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

- Déterminer les coordonnées du point M tel que $\vec{BM} = \vec{AB}$.
- Déterminer les coordonnées du point N tel que N soit le milieu de $[AC]$.
- Déterminer les coordonnées du point P tel que $2\vec{AB} + 3\vec{CP} = \vec{0}$.

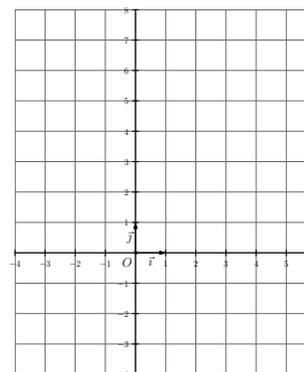
► **Exercice n°11**

Déterminer si les points A , B et C sont alignés ou non dans les cas suivants :

- $A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $A \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$
- $A \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $C \begin{pmatrix} \frac{17}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$

► **Exercice n°12**

- Dans le repère ci-dessous, placer les points $A \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.



- Calculer les coordonnées des points E et F tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$. Placer E et F .
- Montrer que les points C , E et F sont alignés.
- Calculer les distances AB , AC et BD .

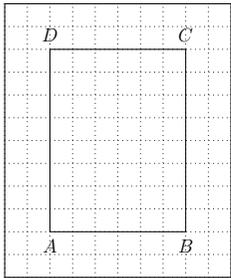
► **Exercice n°13**

On considère les points $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Montrer que le triangle ABC est rectangle en A et calculer son aire.

► **Exercice n°14**

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\overrightarrow{JM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et N le point tel que $\overrightarrow{IN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.



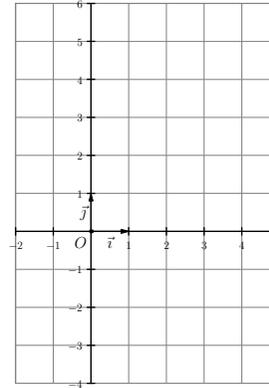
On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

- Déterminer, sans calcul, les coordonnées des points I, J, M et N .
- Montrer que les points A , M et N sont alignés et que les droites (DM) et (BN) sont parallèles.

► **Exercice n°15**

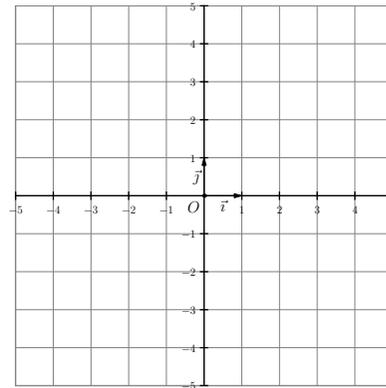
Tracer les droites suivantes dans le repère ci-dessous :

- d_1 passant par $A \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.
- d_2 passant par $B \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- d_3 passant par $C \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.



► **Exercice n°16**

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites $d_1 : x+2y+4 = 0$, $d_2 : 2x-3y+3 = 0$, $d_3 : x = 4$ et $d_4 : y = 3$.



► **Exercice n°17**

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer une équation cartésienne de la droite d passant $A \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

► **Exercice n°18**

Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par les points A et B dans les cas suivants :

- a) $A \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $B \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $A \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$

► **Exercice n°19**

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère :

d la droite d'équation $-\sqrt{2}x + 4y + 1 = 0$ et d' la droite d'équation $4x - 8\sqrt{2}y + 3 = 0$.

- Déterminer un vecteur directeur de d et d' .
- Déterminer si les droites d et d' sont parallèles ou non.

► **Exercice n°20**

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le point $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et d

la droite d'équation $3x + 2y - 1 = 0$.

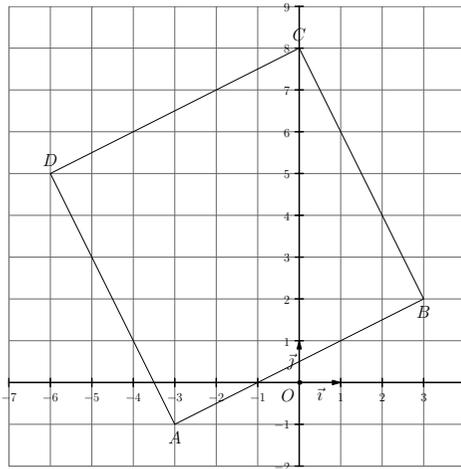
Déterminer une équation de la droite d' parallèle à d et passant par A .

► **Exercice n°21**

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le carré $ABCD$ avec :

$A \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$.

- Déterminer les coordonnées des points F , E et G tels que :
 - F soit le milieu de $[AD]$;
 - $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$;
 - $FAEG$ soit un parallélogramme.



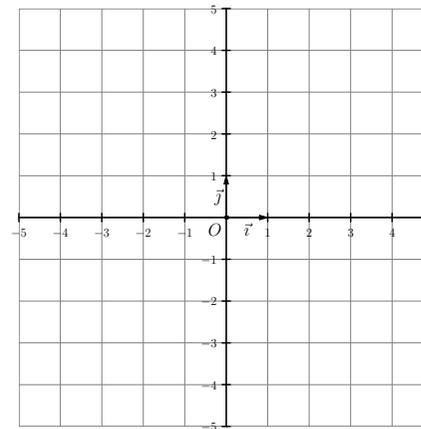
- Déterminer une équation cartésienne des droites (DE) et (CG) .
- En déduire que le point $I \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartient aux droites (DE) et (CG) .

- Montrer que les points F , I et B sont alignés et que la droite (IB) est parallèle à l'axe des abscisses.
- Déterminer une équation cartésienne de la droite \mathcal{D} passant par le point I et parallèle à la droite (AB) .
- Déterminer les coordonnées du point J , intersection de la droite \mathcal{D} et de l'axe des ordonnées.
- Expliquer, sans calculs, pourquoi les droites (IJ) et (BC) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (CJ) et (IB) .
- En déduire, sans calculs, que les droites (BJ) et (CG) sont perpendiculaires.

► **Exercice n°22**

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

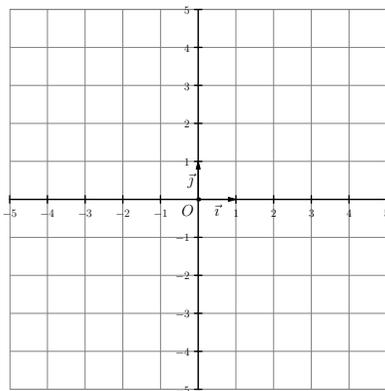
$d_1 : y = x$; $d_2 : y = 2x + 3$; $d_3 : y = -\frac{1}{2}x + 4$; $d_4 : y = -4$ et $D_5 : x = -3$.



► **Exercice n°23**

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

- d_1 passant par $A \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à -1 .
- d_2 passant par $B \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à 0 .
- d_3 passant par $C \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à 3 .



► **Exercice n°24**

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par A et B dans les cas suivants :

- a) $A \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $A \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- c) $A \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$ d) $A \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$
- e) $A \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ f) $A \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

► **Exercice n°25**

Déterminer l'équation réduite de la droite d' parallèle à d et passant par A dans les cas suivants :

- a) $d : y = -2x + \frac{1}{2}; A \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $d : y = -\frac{3}{2}x + 1; A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- c) $d : y = 1; A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ d) $d : x = 4; A \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

► **Exercice n°26**

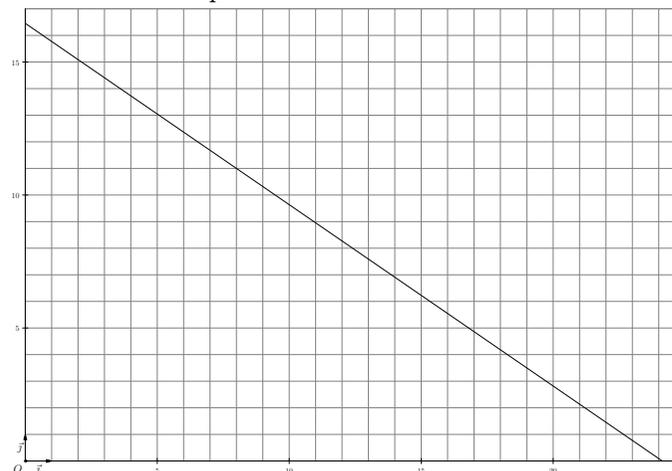
Durant une année un individu a acheté n DVD valant 15 euros pièce et p livres valant 22 euros pièce pour un montant total de 362 euros. On cherche à déterminer les valeurs possibles de n et p .

Première analyse du problème :

1. Quelle relation lie n et p ?
2. Justifier que n est nécessairement inférieur à 25.

Approche graphique :

1. Dans le plan muni d'un repère, on considère les points d'abscisse n et d'ordonnée p pouvant répondre au problème. Justifier que ces points sont situés sur une droite d dont on donnera une équation.
2. La droite d est représentée ci-dessous :



D'après le graphique, il semble que que l'on puisse avoir $n = 5$ et $p = 13$. Est-ce réellement le cas ?

Approche algorithmique :

Pour déterminer, de façon plus rigoureuse, les valeurs possibles de n et p , on cherche à utiliser un algorithme basé sur le principe suivant : *Pour toutes les abscisses entières x possibles sur la droite d , on calcule l'ordonnée y du point de la droite d'abscisse x et, si y est un entier, on affiche x .*

Compléter l'algorithme suivant pour qu'il réponde à la question :

```

Variables: x,y
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   POUR x ALLANT_DE ... A ...
3:     y ← .....
4:     SI (y est un entier) ALORS
5:       AFFICHER x
6:     FIN_SI
7:   FIN_POUR
8: FIN_ALGORITHME

```