# Fonctions numériques

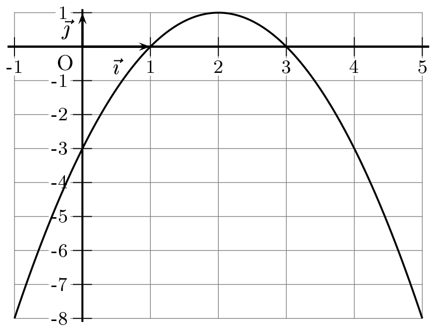
### ▶ Exercice n°1

Soit $f$ la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$.

1. Calculer les images par $f$ de 3 et 5 .
2. Déterminer les antécédents éventuels par $f$ de 3.

### ▶ Exercice n°2

Soit $f$ la fonction définie sur $[-1;5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :




1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(-1)$ , $f(0)$ et $f(1)$.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de $-3$ par $f$.
3. Dans quel intervalle varie $f(x)$ quand $x$ varie dans $[-1;5]$ ?

### ▶ Exercice n°3

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction $f$ définie sur $[0\,;\,7]$ .

| $x$ | 0 | | 4 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | ↘ | $-3$ | ↗ | $-1$ |

Déterminer, en justifiant votre réponse, si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* $f(2)\geqslant f(3)$
- *Proposition 2 :* $f(-3)=4$
- *Proposition 3 :* $f(x)$ s'annule deux fois sur $[0\,;\,7]$
- *Proposition 4 :* $-3$ est un minimum de $f$ sur $[0\,;\,7]$

### ▶ Exercice n°4

Déterminer si la fonction $f$ est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre dans les cas suivants

1. $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x$
2. $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4-x^2$
3. $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+x$
4. $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+4}$
5. $f$ définie sur $]-\infty\,;\,1[\bigcup]1\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$

### ▶ Exercice n°5

$f$ est une fonction paire définie sur $[-8\,;\,8]$ dont une moitié du tableau de variations est donné ci-dessous :

| $x$ | $-8$ | | $-2$ | | $0$ | $2$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-5$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-2$ | | |

Compléter l'autre moitié.

### ▶ Exercice n°6

$f$ est une fonction impaire définie sur $[-6\,;\,6]$ dont une moitié du tableau de variations est donné ci-dessous :

| $x$ | $-6$ | $-3$ | $0$ | | $3$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $3$ |

Compléter l'autre moitié.

### ▶ Exercice n°7

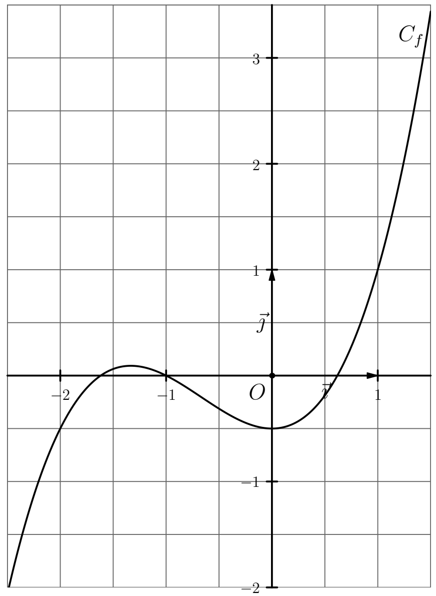
Soit $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+4$.

1. Déterminer l'image de $-1$ par $f$.
2. Déterminer les antécédents éventuels de 16 par $f$.
3. Justifier que $f$ est paire.
4. a) Pour tous réels $a$ et $b$, montrer que $f(b)-f(a)=3(b-a)(b+a)$.
   b) Déterminer le sens de variation de $f$ sur $[0\,;\,+\infty[$.
   c) En déduire, en utilisant que $f$ est paire, le sens de variation de $f$ sur $]-\infty\,;\,0]$.

d) Dresser le tableau de variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.

### ▶ Exercice n°8

Soit $f$ la fonction définie sur $\left[-\frac{5}{2}\,;\frac{3}{2}\right]$ dont la courbe est donnée ci-dessous :




1. Résoudre graphiquement dans $\left[-\frac{5}{2}\,;\frac{3}{2}\right]$ les équations suivantes :

   a) $f(x) = 1$

   b) $f(x) = -\dfrac{1}{2}$

   c) $f(x) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$

2. Résoudre graphiquement dans $\left[-\frac{5}{2}\,;\frac{3}{2}\right]$ les inéquations suivantes :

   a) $f(x) \geqslant 1$

   b) $f(x) < -\dfrac{1}{2}$

   c) $f(x) \leqslant -\dfrac{1}{2}$

   d) $f(x) \geqslant \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$



### ▶ Exercice n°9

Déterminer la fonction affine $f$ telle que $f(1) = -2$ et $f(4) = 7$.

### ▶ Exercice n°10

1. On connait la correspondance suivante : 0° celsius correspond à 32° farenheit et 100° celsius correspond à 212° farenheit.
   Sachant que la fonction $f$ qui à $x$, la température en degrés celsius, associe $f(x)$, la température en degrés farenheit, est une fonction affine, calculer $f(x)$ en fonction de $x$.
2. En déduire la valeur en degrés farenheit de 22° celsius.

### ▶ Exercice n°11

Soit $f$ la fonction définie sur $]-2\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5x}{x+2}$.

Étudier la position relative de la courbe $C_f$ et de la droite $D$ d'équation $y = 5$.

### ▶ Exercice n°12

Soit $f$ la fonction définie sur $]-\infty\,;-1[$ par $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$.

Étudier la position relative de la courbe $C_f$ et de la droite $D$ d'équation $y = x$.

### ▶ Exercice n°13

On introduit 50 000 poissons dans un lac artificiel . On estime que la population de poissons varie en fonction du temps et que, $t$ années après la mise à l'eau le nombre de poissons, en milliers d'unités, est donné par la formule :

$P(t) = \dfrac{50+60t}{1+0{,}05t}$

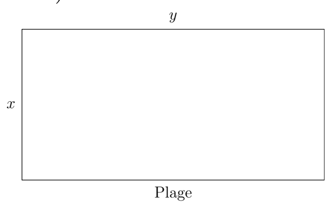
1. Quelle sera la population au bout d'un an, au bout de 50 ans ? (on donnera le résultat à une centaine près)
2. Au bout de combien d'années la population aura-t-elle été multipliée par 4 ?
3. Compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche la population estimée de poissons tous les 5 ans sur les 100 premières années :

```
Variables: t
DEBUT_ALGORITHME
  t ← 5
  TANT_QUE (t......100) FAIRE
    AFFICHER (50+60t)/(1+0,05t)
    t ← t+5
  FIN_TANT_QUE
FIN_ALGORITHME
```

4. Étudier le signe de $P(t) - 1200$ suivant les valeurs de $t$. Que peut-on en conclure ?

**► Exercice n°14**

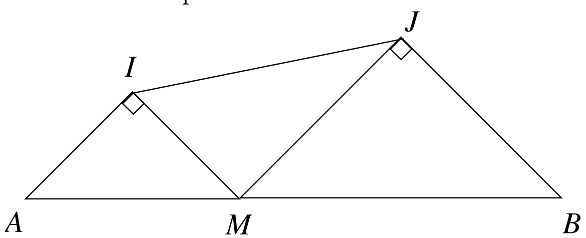
Un maître nageur dispose d'un cordon flottant de 360 m de longueur pour délimiter un rectangle de baignade surveillée.
On note $x$ et $y$ les dimensions, en mètres, de ce rectangle et $S(x)$ son aire en $m^2$ (le cordon n'est composé en lui même que des 3 côtés du rectangle qui sont dans l'eau).




1. Calculer l'aire $S(x)$ pour $x = 25$ et pour $x = 42$.
2. Exprimer $S(x)$ en fonction de $x$.
3. Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que, pour tout $x$, $S(x) = -2(x-a)^2 + b$.
4. En déduire la valeur de $x$ pour laquelle l'aire est-elle maximale ? Quelle est la valeur de cette aire maximale ?

**► Exercice n°15**

Dans la figure ci-dessous, $[AB]$ est un segment de longueur 10, $M$ est un point variable de $[AB]$ distinct de $A$ et $B$ et $AMI$ et $BMJ$ sont deux triangles rectangles et isocèles. On pose $x = AM$.




1. Exprimer $IM^2$ et $MJ^2$ en fonction de $x$.
2. Justifier le fait que le triangle $IMJ$ soit aussi rectangle.
3. On note $f(x)$ la distance $IJ$. Exprimer $f(x)$ en fonction de $x$.
4. Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que pour tout $x \in ]0{,}10[$, $f(x) = \sqrt{(x-a)^2 + b}$.
5. En déduire la valeur minimale que peut prendre $IJ$ ? Pour quelle position de $M$ est-elle atteinte ?
6. Déterminer les valeurs exactes de $x$ pour lesquelles on a $IJ = 6$.

**► Exercice n°16**

On considère la proposition suivante : « Si $f$ est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$ alors, pour tout $x$, $f(x)$ est positif ».

1. Exprimer la **négation** de cette proposition.
2. Exprimer la **réciproque** de cette proposition.
3. La proposition est-elle vraie ?
4. La réciproque de la proposition est-elle vraie ?