Suites : exercices

Les réponses aux questions sont disponibles à la fin du document

Exercice 1 :

Soit (U_n) la suite définie par $U_n = n^2 - n + 1$.
a) Calculer U_0 et U_{10}.
b) Exprimer, en fonction de n, $U_n + 1$ et U_{n+1}.

Exercice 2 :

Soit (U_n) la suite définie par $U_n = \dfrac{1}{n+1}$.
a) Exprimer $U_{n+1} - U_n$ en fonction de n.
b) En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

Exercice 3 :

Soit (U_n) la suite arithmétique de premier terme $U_0 = 4$ et de raison $r = \dfrac{1}{2}$.
a) Exprimer U_n en fonction de n.
b) Calculer U_{10}.

Exercice 4 :

Soit (U_n) la suite arithmétique telle que $U_4 = 5$ et $U_{11} = 19$.
Calculer la raison r et U_0 .

Exercice 5 :

Soit (U_n) la suite géométrique de premier terme $U_0 = 7$ et de raison $q = 3$.
a) Exprimer U_n en fonction de n.
b) Calculer U_5.

Exercice 6 :

On suppose que chaque année la production d'une usine subit une baisse de 4%.
Au cours de l'année 2000, la production a été de 25000 unités.
a) On note $P_0 = 25000$ et P_n la production prévue au cours de l'année $(2000+n)$.
Montrer que (P_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
b) Calculer la production de l'usine en 2005.

Exercice 7 :

On place un capital $U_0 = 1500$ euros à 4,5 % par an avec intérêts simples.
On note U_n le capital obtenu au bout de n années.
a) Donner la nature de la suite (U_n) et exprimer U_n en fonction de n.
b) Calculer la valeur du capital au bout de 10 ans.
c) Au bout de combien d'années le capital initial aura-t'il doublé ?

Exercice 8 :

On place un capital $U_0 = 3500$ euros à 3 % par an avec intérêts composés.
On note U_n le capital obtenu au bout de n années.
a) Donner la nature de la suite (U_n) et exprimer U_n en fonction de n.
b) Calculer la valeur du capital au bout de 10 ans.

Réponses exercice 1 :

a) $U_0 = 0^2 - 0 + 1 = 1$ et $U_{10} = 10^2 - 10 + 1 = 91$.
b) $U_n + 1 = (n^2 - n + 1) + 1 = n^2 - n + 2$
$U_{n+1} = (n+1)^2 - (n+1) + 1 = n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 1 = n^2 + n + 1$.

Réponses exercice 2 :

a) $U_{n+1} = \dfrac{1}{(n+1)+1} = \dfrac{1}{n+2}$
Donc, $U_{n+1} - U_n = \dfrac{1}{n+2} - \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{(n+1)-(n+2)}{(n+1)(n+2)} = \dfrac{-1}{(n+1)(n+2)}$.
b) Pour tout n, $U_{n+1} - U_n < 0$. Donc la suite est décroissante.

Réponses exercice 3 :

a) $U_n = U_0 + n \times r = 4 + \dfrac{1}{2}n$.
b) $U_{10} = 4 + \dfrac{1}{2} \times 10 = 9$.

Réponses exercice 4 :

$U_{11} = U_4 + (11-4) \times r \Leftrightarrow 19 = 5 + 7r \Leftrightarrow r = 2$.
$U_4 = U_0 + 4 \times a \Leftrightarrow 5 = U_0 + 8 \Leftrightarrow U_0 = -3$.

Réponses exercice 5 :

a) $U_n = q^n \times U_0 = 7 \times 3^n$.
b) $U_5 = 7 \times 3^5 = 1701$.

Réponses exercice 6 :

a) Baisser une grandeur de 4% revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{4}{100}\right) = 0,96$.
Pour tout n, $P_{n+1} = 0,96 \times P_n$. Cela prouve que (P_n) est une suite géométrique de raison 0,96 .
b) $P_5 = q^5 \times P_0 = (0,96)^5 \times 25000 \approx 20384$.

Réponses exercice 7 :

a) (U_n) est arithmétique de raison : $r = \dfrac{4,5}{100} \times 1500 = 67,5$.
$U_n = U_0 + n \times r = 1500 + 67,5 \times n$.
b) $U_{10} = 1500 + 67,5 \times 10 = 2175$.
c) $U_n \geqslant 3000 \Leftrightarrow 1500 + 67,5 \times n \geqslant 3000 \Leftrightarrow 67,5 \times n \geqslant 1500 \Leftrightarrow n \geqslant 22,2$.
Il faudra donc attendre 23 années.

Réponses exercice 8 :

a) (U_n) est géométrique de raison : $q = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$.
$U_n = q^n \times U_0 = 3500 \times (1,03)^n$.
b) $U_{10} = 3500 \times (1,03)^{10} \approx 4703,7$.